



دانشگاه سام نور
پیه

امواج

(رشته فیزیک)

محمود جنوبی دکتر عبدالرسول قرائتی

بسم الله الرحمن الرحيم

پیشگفتار ناشر

کتاب‌های دانشگاه پیام نور حسب مورد و با توجه به شرایط مختلف یک درس در یک یا چند رشته دانشگاهی، به صورت کتاب درسی، متن آزمایشگاهی، فرادرسی، و کمک درسی چاپ می‌شوند.

کتاب درسی ثمره کوشش‌های علمی صاحب اثر است که براساس نیازهای درسی دانشجویان و سرفصل‌های مصوب تهیه و پس از داوری علمی، طراحی آموزشی، و ویرایش علمی در گروه‌های علمی و آموزشی، به چاپ می‌رسد. پس از چاپ ویرایش اول اثر، با نظرخواهی‌ها و داوری علمی مجدد و با دریافت نظرهای اصلاحی و متناسب با پیشرفت علوم و فناوری، صاحب اثر در کتاب تجدیدنظر می‌کند و ویرایش جدید کتاب با اعمال ویرایش زبانی و صوری جدید چاپ می‌شود.

متن آزمایشگاهی (م) راهنمایی است که دانشجویان با استفاده از آن و کمک استاد، کارهای عملی و آزمایشگاهی را انجام می‌دهند.

کتاب‌های فرادرسی (ف) و **کمک درسی** (ک) به منظور غنی‌تر کردن منابع درسی دانشگاهی تهیه و بر روی لوح فشرده تکثیر می‌شوند و یا در وبگاه دانشگاه قرار می‌گیرند.

مدیریت تولید محتوا و تجهیزات آموزشی

فهرست

پیشگفتار	یازده
فصل اول. نوسانات آزاد دستگاه‌های ساده	۱
۱-۱ حرکت هماهنگ ساده	۲
۲-۱ نوسانات آزاد با یک درجه آزادی	۵
۳-۱ پارامترهای حرکت نوسانی هماهنگ ساده	۷
۳-۱-۱ دامنه	۷
۳-۱-۲ بسامد	۷
۳-۱-۳ نیروی برگردان و لختی	۸
۳-۱-۴ رفتار نوسانی	۹
۳-۱-۵ معنی فیزیکی ω^2	۹
۴-۱ نوسانگر هماهنگ: خواص و مثال‌ها	۱۰
۵-۱ مثال‌ها	۱۱
۵-۱-۱ آونگ ساده	۱۱
۵-۱-۲ نوسان‌های قائم	۱۵
۵-۱-۳ آونگ مرکب	۱۶
۵-۱-۴ آونگ پیچشی	۱۷
۵-۱-۵ آب در لوله U شکل	۱۸
۵-۱-۶ نوسان اجسام شناور	۲۰
۶-۱ خطی بودن و واصل بر هم‌نesh	۳۲
۷-۱ معادلات دیفرانسیلی همگن خطی	۳۳
۸-۱ نوسانات آزاد دستگاه‌های با دو درجه آزادی	۳۶
۹-۱ دو آونگ جفت شده	۴۷
۹-۱-۱ برهم‌نهی مُدهای طبیعی	۵۰
۹-۱-۲ مختصات طبیعی	۵۴
۱۰-۱ مختصات طبیعی، درجه آزادی و مُدهای طبیعی ارتعاش	۵۶
۱۱-۱ پاسخ خودآزمایی‌ها داخل متن	۶۰

۶۷	۱۲-۱ خودآزمایی‌های نهایی
۶۹	۱۳-۱ پرسش‌ها
۷۰	۱۴-۱ مسائل

فصل دوم. نوسانات آزاد دستگاه‌های با چند درجه آزادی

۷۹	مقدمه
۸۰	۱-۲ امواج ایستاده مدهای طبیعی هستند
۸۱	۱-۲-۱ مدهای N نوسانگر جفت شده
۸۲	۲-۲ مدهای عرضی تار پیوسته
۸۳	۳-۲ تحلیل فوریه و حرکت عمومی یک تار پیوسته
۹۸	۴-۲ تحلیل فوریه در عمل
۱۰۱	۵-۲ تعریف سری فوریه در حالت عمومی
۱۰۶	۶-۲ تحلیل فوریه یک تابع تناوبی از زمان
۱۰۹	۷-۲ مدهای یک دستگاه گسسته با N درجه آزادی
۱۱۱	۸-۲ پاسخ خودآزمایی‌های داخل متن
۱۲۵	۹-۲ خودآزمایی‌های نهایی
۱۲۷	۱۰-۲ پاسخ خودآزمایی‌ها نهایی
۱۳۱	۱۱-۲ پرسش‌ها
۱۳۲	۱۲-۲ مسائل

فصل سوم. برهم‌نهی نوسان‌های هماهنگ

۱۴۱	مقدمه
۱۴۲	۱-۳ اصل برهم‌نهی و خطی بودن
۱۴۲	۲-۳ برهم‌نهی دو نوسان هماهنگ هم خط
۱۴۳	۳-۳ نمایش بردار چرخان
۱۴۵	۴-۳ پدیده زنش
۱۵۱	۵-۳ برهم‌نهی دو نوسان هماهنگ عمود برهم
۱۵۴	۶-۳ نوسانات با بسامد متفاوت
۱۵۹	۷-۳ برهم‌نهی چندین نوسان هماهنگ
۱۶۵	۸-۳ پاسخ خودآزمایی‌های داخل متن
۱۷۳	۹-۳ پرسش‌ها
۱۷۶	۱۰-۳ مسائل

فصل چهارم. نوسان‌های واداشته

۱۸۱	مقدمه
۱۸۲	۱-۴ نوسان‌های میرای دستگاه با یک درجه آزادی
۱۸۲	۱-۴-۱ زمان آرامش
۱۹۲	۲-۴ ضریب کیفیت یا مقدار Q

۱۹۹	۲-۴ نوسانگر نامیرا با اعمال نیروی محرک هماهنگ
۲۰۳	۳-۴ نوسان‌های واداشته با میرایی
۲۰۵	۴-۴ تحلیل رفتار حالت پایای نوسانگر واداشته میرا
۲۱۵	۵-۴ حل عمومی و تحلیل حالت گذرای نوسانگر واداشته میرا
۲۱۸	۶-۴ توان جذب شده در نوسان‌های واداشته
۲۲۳	۷-۴ تشدید در مدارهای الکتریکی
۲۲۵	۸-۴ نمونه‌های تشدید
۲۲۶	۱-۸-۴ تشدید نورشناختی
۲۲۶	۲-۸-۴ تشدید هسته‌ای
۲۲۷	۳-۸-۴ تشدید مغناطیس هسته‌ای
۲۲۷	۹-۴ پاسخ خودآزمایی‌های داخل متن
۲۳۱	۱۰-۴ مسائل

۲۳۹	فصل پنجم. امواج پیشرونده
۲۴۰	مقدمه
۲۴۱	۱-۵ امواج پیشرونده هماهنگ یک‌بعدی و سرعت فاز
۲۵۳	۲-۵ معادله کلاسیک موج
۲۵۵	۳-۵ سرعت موج در محیط‌های پیوسته
۲۵۵	۴-۵ سرعت امواج عرضی در یک ریسمان کشیده
۲۵۶	۵-۵ پایداری مشخصه یک ریسمان در مقابل امواج عرضی
۲۵۸	۶-۵ ارتعاشات طولی یک میله و سرعت ارتعاشات در آن
۲۶۲	۷-۵ ارتعاشات ستون هوا و سرعت ارتعاش
۲۶۵	۱-۷-۵ فرمول نیوتن
۲۶۶	۲-۷-۵ تصحیح لاپلاس
۲۶۸	۸-۵ پایداری آکوستیکی
۲۶۹	۹-۵ امواج جریان و ولتاژ در خطوط انتقال الکتریکی
۲۷۱	۱۰-۵ پایداری مشخصه خط تراگسیل آرمانی
۲۷۲	۱۱-۵ امواج الکترومغناطیسی
۲۷۳	۱۲-۵ سرعت امواج الکترومغناطیسی در فضای آزاد
۲۷۶	۱۳-۵ انتقال انرژی به وسیله امواج پیشرونده
۲۷۶	۱-۱۳-۵ انرژی مکانیکی در یک تار مرتعش
۲۸۰	۱۴-۵ انتقال انرژی به وسیله امواج پیشرونده
۲۸۰	۱-۱۴-۵ امواج عرضی در یک تار مرتعش
۲۸۴	۱۵-۵ امواج دوبعدی
۲۸۵	۱۶-۵ معادله موج در دو بعد: غشاء کشیده
۲۸۸	۱۷-۵ امواج سه‌بعدی
۲۹۷	۱۸-۵ پاسخ خودآزمایی‌های داخل متن
۳۰۱	۱۹-۵ مسائل

فصل ششم. بازتاب امواج

مقدمه

- ۳۰۵
۳۰۵
۳۰۶ ۱-۶ بازتاب و تراگسیل امواج عرضی در مرز بین دو ریسمان مختلف
۳۱۰ ۲-۶ بازتاب و تراگسیل انرژی در مرز دو محیط
۳۱۲ ۳-۶ امواج ایستاده در ریسمانی به طول ثابت
۳۱۴ ۴-۶ مُد ارتعاشات
۳۱۶ ۵-۶ نسبت موج ایستاده
۳۱۸ ۶-۶ بازتاب و تراگسیل امواج طولی (صوت) از مرز بین دو محیط
۳۲۰ ۷-۶ انرژی صوت بازتابیده و تراگسیلیده
۳۲۱ ۸-۶ امواج ایستاده در لوله‌ها
۳۲۲ ۹-۶ امواج ایستاده در لوله‌های بسته
۳۲۴ ۱۰-۶ امواج ایستاده در لوله‌های باز
۳۲۶ ۱۱-۶ بازتاب و تراگسیل امواج از خط تراگسیل الکتریکی
۳۲۸ ۱۲-۶ خط تراگسیل اتصال کوتاه شده (پاگیری صفر)
۳۲۸ ۱۳-۶ امواج ایستاده در خط تراگسیل اتصال کوتاه شده
۳۳۰ ۱۴-۶ پاسخ خودآزمایی‌های داخل متن
۳۳۰ ۱۵-۶ پرسش‌ها
۳۳۱ ۱۶-۶ مسائل

فصل هفتم. مودولاسیون، گروه‌های موج و تپ‌های موج

مقدمه

- ۳۳۵
۳۳۵
۳۳۶ ۱-۷ سرعت گروه و سرعت فاز
۳۳۹ ۲-۷ سرعت گروه
۳۴۱ ۳-۷ سرعت فاز
۳۴۱ ۴-۷ رابطه بین سرعت فاز و سرعت گروه
۳۴۲ ۵-۷ پاشندگی و سرعت گروه
۳۴۳ ۶-۷ نمایش سرعت گروه به وسیله امواج سطحی آب
۳۴۴ ۷-۷ امواج الکترومغناطیسی در خلأ
۳۴۵ ۸-۷ امواج عرضی در ریسمان
۳۴۵ ۹-۷ امواج صوتی در یک گاز
۳۴۶ ۱۰-۷ تپ‌های موج
۳۴۸ ۱۱-۷ ایجاد یک تپ با برهم‌نهی N نوسان هماهنگ، قضیه پهنای نوار
۳۵۲ ۱۲-۷ قضیه پهنای نوار
۳۵۳ ۱۳-۷ نمایش انتگرال فوریه یک تپ
۳۵۴ ۱۴-۷ طیف بسامد
۳۵۵ ۱۵-۷ تحلیل فوریه یک تپ
۳۵۵ ۱۶-۷ تپ با طیف بسامد مربعی
۳۵۷ ۱۷-۷ طیف بسامد یک تپ مربعی

۳۵۹	۱۸-۷ پاسخ خودآزمایی‌های داخل متن
۳۶۳	۱۹-۷ پرسش‌ها
۳۶۴	۲۰-۷ مسائل
۳۶۹	فصل هشتم. دستگاه‌های غیرخطی و آشوبناک
۳۶۹	مقدمه
۳۷۰	۱-۸ حرکت غیرخطی در یک بعد
۳۷۷	۲-۸ تحلیل کیفی - نمودارهای فاز و چرخه‌های حدی
۳۹۰	۳-۸ آونگ ساده با دامنه بزرگ
۳۹۲	۴-۸ نوسانگرهای واداشته با نیروی بازگرداننده غیرخطی
۳۹۲	۵-۸ دستگاه‌های آشوبناک
۳۹۸	۶-۸ چرخنده ضربه‌ای (نگاشت استاندارد)
۴۰۳	۷-۸ بررسی سیستم‌های آشوبناک به روش محاسبه توان لیاپانوف
۴۰۴	۸-۸ مسائل
۴۰۷	فصل نهم. امواج منفرد و سالتون‌ها
۴۰۸	مقدمه
۴۰۹	۱-۹ دستگاه‌های خطی و غیرخطی
۴۱۲	۲-۹ دستگاه‌های انتگرال پذیر
۴۱۳	۱-۲-۹ دستگاه‌های با درجات آزادی محدود
۴۱۸	۲-۲-۹ دستگاه‌ها با درجات آزادی نامحدود
۴۲۲	۳-۹ امواج منفرد و سالتون‌ها
۴۲۴	۴-۹ تعریف سالتون
۴۲۷	۵-۹ معادله کورته وگ و دوریس
۴۳۳	۶-۹ معادله دیفرانسیل غیرخطی شرودینگر
۴۳۶	۷-۹ معادله سینوسی گوردون
۴۳۷	۱-۷-۹ استخراج معادله از زنجیره آونگ‌ها
۴۳۹	۲-۷-۹ پاسخ‌های تک سالتونی
۴۴۳	۸-۹ مسائل
۴۴۵	پیوست الف. سری تیلور
۴۵۰	پیوست ب. مروری بر ریاضیات
۴۵۴	پیوست ج. جداول
۴۵۷	واژگان انگلیسی به فارسی
۴۵۹	منابع

پیشگفتار

این کتاب به عنوان یک درس سه واحد نظری، در بین دروس اختیاری، برای دانشجویان رشته فیزیک منظور شده است. دانشجویانی که این درس را انتخاب می‌کنند قبلاً با حساب دیفرانسیل و انتگرال و قوانین بنیادی مکانیک آشنا شده‌اند. علی‌رغم این، نهایت سعی شده است که اگر به روش‌های پیشرفته‌ای از سری‌های زمانی، اعداد مختلط و معادلات دیفرانسیل نیاز بوده مسئله به‌طور مشروع بیان گردد و به‌گونه‌ای کاملاً خودآموز و قابل فهم باشد. از دستگاه مختصات قائم و یکاهای بین‌المللی آحاد (SI) در طول کتاب استفاده شده است.

کتاب دارای نه فصل است. هفت فصل اول کتاب به نوسانات خطی و دو فصل آخر به نوسانات غیرخطی می‌پردازد. سعی شده است از روش‌های تحلیلی بهره‌گرفته شود. بیان نظریه‌ها را با مثال‌هایی از پدیده‌های طبیعی و از زندگی روزمره آسان‌تر کرده‌ایم. هر فصل از کتاب دارای مثال‌های متعدد حل شده است. دانشجویان عزیز می‌توانند میزان یادگیری خود را با پاسخ دادن به خودآزمایی‌های کتاب و نیز حل کردن مسائل آخر کتاب بیازمایند.

در فصل اول کتاب نوسانات آزاد دستگاه‌های ساده که دارای یک درجه آزادی هستند، حرکت هماهنگ ساده، انواع دستگاه‌هایی که دارای حرکت هماهنگ ساده هستند مانند آونگ ساده، نوسان افقی و قائم یک جرم متصل به یک فنر، نوسان طولی یک جرم متصل به دو فنر، آونگ مرکب، پیچشی و نوسان آب در لوله، نوسان اجسام

شناور و نوسان بارالکتریکی در یک دستگاه الکتریکی، مدهای طبیعی نوسان طولی و عرضی و مختصات طبیعی بیان شده است.

در فصل دوم، نوسانات آزاد دستگاه‌های با چند درجه آزادی، مدهای N نوسان نوسانگر جفت شده، معادله کلاسیک موج در یک ریسمان پیوسته، مدهای طبیعی یک تار پیوسته، نسبت پاشندگی، مدهای طبیعی N نوسانگر جفت شده توضیح داده شده است.

در فصل سوم به بحث برهم‌نهی نوسان‌های هماهنگ، اصل برهم‌نهی و خطی بودن، برهم‌نهی دو نوسان هماهنگ، روش‌های تحلیلی این برهم‌نهی، برهم‌نهی دو نوسان هماهنگ متعامد، منحنی‌های لیسائو و برهم‌نهی چند نوسان هماهنگ و کاربرد آن پرداخته‌ایم.

نوسان‌های واداشته، نوسان‌های میرا و حالت‌های مختلف آن و نوسانگر میرا با نیروی محرک هماهنگ و نوسان‌های واداشته با میرایی و نمونه‌های تشدید مختلف: نورشناختی، هسته‌ای و مغناطیسی هسته‌ای در فصل چهارم مورد بحث قرار داده‌ایم.

فصل پنجم به امواج گذرا یا پیشرونده یک بعدی در یک ریسمان و یک فنر متراکم شده، سرعت موج در محیط‌های پیوسته، ارتعاشات عرضی یک میله، پایداری آکوستیکی، انتقال انرژی به وسیله موج پیشرونده و امواج دو و سه‌بعدی اختصاص داده‌ایم.

بازتاب و تراگیل امواج عرضی و طولی در مرز بین دو محیط، انرژی موج بازتابیده و تراگیلیده و انرژی صوت بازتابیده و تراگیلیده در مرز دو محیط را در فصل ششم تشریح کرده‌ایم.

سرانجام بحث مودولاسیون، گروه‌های موج و تپ‌های موج، سرعت گروه و سرعت فاز و رابطه بین آن‌ها، امواج پاشنده و ناپاشنده، تپ‌های موج، نمایش انتگرال فوریه یک تپ و تحلیل فوریه را در فصل هفتم بیان کرده‌ایم. دو فصل آخری کتاب به مباحث مربوط به نوسانات غیرخطی می‌پردازد.

اگر چه نهایت سعی خود را کرده‌ایم مطالب آورده شده دور از هر نوع خطا و ابهام باشد ولی با وجود این نظرات شما دانشجوی گرامی می‌تواند در چاپ‌های محتمل بعدی مفید و سازنده باشد.

محمود جنوبی - دکتر عبدالرسول قرائتی جهرمی

بهمن ماه ۱۳۸۹

فصل اول

نوسانات آزاد دستگاه‌های ساده

هدف‌ها

- پس از مطالعه و فراگیری این فصل باید بتوانید:
۱. حرکت هماهنگ ساده (SHM) را بیان کنید.
 ۲. پارامترهای حرکت نوسانی هماهنگ ساده (زمان تناوب، بسامد زاویه‌ای، بسامد و فاز حرکت) را بیان کنید.
 ۳. خواص ذاتی دستگاه فیزیکی (نیروی برگردان و لختی) که مسئول رفتار نوسانی دستگاه است را بیان کنید.
 ۴. معنای فیزیکی ω را بیان کنید.
 ۵. مهم‌ترین خواص نوسانگر هماهنگ را بیان کنید.
 ۶. انواع دستگاه‌های دارای حرکت هماهنگ ساده: آونگ ساده، نوسان افقی و قائم یک جرم متصل به فنر را توضیح دهید.
 ۷. نوسان طولی یک جرم متصل به دو فنر را توضیح دهید.
 ۸. نوسان‌های عرضی جرم متصل به دو فنر را بیان کنید.
 ۹. تقریب خزنده و تقریب نوسان‌های کوچک را بیان کنید.
 ۱۰. آونگ مرکب، آونگ پیچشی، نوسان‌های آب در لوله U شکل، نوسان اجسام شناور را توضیح دهید.
 ۱۱. حرکت نوسانی بارالکتریکی در مدار LC یک دستگاه الکتریکی را توضیح دهید.
 ۱۲. خطی بودن معادله دیفرانسیل و اصل برهم‌نهی را توضیح دهید.

۱۳. نوسان‌های آزاد دستگاه‌های با دو درجه آزادی را بیان کنید.
۱۴. نوسان‌های طولی دو جرم جفت شده را بیان کنید.
۱۵. مدهای طبیعی نوسان‌های طولی را بیان کنید.
۱۶. مدهای طبیعی نوسان‌های عرضی را بیان کنید.
۱۷. دو آونگ جفت شده را توضیح دهید.
۱۸. مختصات طبیعی را بیان کنید.
۱۹. خودآزمایی‌های داخل متن و مسئله‌های پایانی را حل کنید.

۱-۱ حرکت هماهنگ ساده^۱ (SHM)

جهان پر از اشیای متحرک است. حرکت این اشیاء را بسته به این که جسم در مجاورت یک نقطه باقی بماند و یا از محلی به محل دیگر پیش برود به دو دسته وسیع تقسیم می‌کنیم. مثال دسته اول آونگ نوسانگر، سیم مرتعش و ارتعاش الکترون‌ها در اتم‌ها می‌باشد و نوع دوم حرکت مانند قطاری که روی ریل مستقیمی در حرکت است و یا توپی که روی زمین می‌غلتد است. حرکتی که در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی تکرار می‌شود حرکت تناوبی نامیده می‌شود، مثل حرکت عقربه‌های ساعت. اگر یک جسم در حرکت تناوبی خود روی مسیر ثابتی به جلو و عقب حرکت کند حرکت آن را ارتعاشی یا نوسانی می‌گویند. حرکت پاندول ساعت، وزنه تعادل ساعت، پیستون موتور اتومبیل و ضربان قلب از نوع حرکت نوسانی هستند. حرکت نوسانی ممکن است بسیار ساده و یا بسیار پیچیده باشد. حرکت نوسانی زمین در زمین لرزه بسیار پیچیده است. باید توجه کرد که دستگاه‌های مکانیکی تنها دستگاه‌های نوسانی نیستند. اتم‌های یک جسم جامد ارتعاش می‌کنند و در مولکول‌ها، اتم‌ها نسبت به هم در حرکت ارتعاشی هستند. در یک آنتن گیرنده یا فرستنده الکترون‌ها به تندی در حال نوسان هستند. امواج رادیو، کهموج‌ها و نور مرئی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی نوسانی هستند. بنابراین مطالعه حرکت نوسانی برای فهم دستگاه‌های مکانیکی، آکوستیکی، الکتریکی و اتمی حائز اهمیت است.

در این فصل به مطالعه ساده‌ترین نوع حرکت نوسانی، یعنی، حرکت هماهنگ

ساده (که اغلب با SHM نشان داده می‌شود) دستگاه‌های با یک درجه آزادی می‌پردازیم. این حرکت ساده‌ترین بیان ریاضی را دارد و نمایش نسبتاً درستی از بسیاری از پدیده‌های نوسانی که در طبیعت دیده می‌شود است. دستگاهی دارای یک درجه آزادی است که با یک کمیت فیزیکی کاملاً مشخص شود. مثال‌های از این نوع حرکت، آونگی که در یک صفحه نوسان می‌کند، جرمی که به یک فنر بسته شده است و مدار الکتریکی شامل یک خازن و یک القایدگی است. در میان حرکت‌های نوسانی، حرکت هماهنگ ساده به سه دلیل از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است:

- (۱) مطالعه این حرکت برای درک حرکت موجی ضروری است و بیان ریاضی ساده‌ای دارد.
- (۲) نوسانات پیچیده را می‌توان به صورت برهم‌نهی حرکت‌های هماهنگ ساده بیان کرد.
- (۳) اگر نوسان بسیار شدید نباشد. نوسان دستگاه‌های فیزیکی هماهنگ ساده و یا نزدیک به آن است.

چه عاملی سبب نوسان یک دستگاه می‌شود؟

مطالعه خود را با نوسان یا ارتعاش یک جسم حول یک وضعیت میانه که در یک نزدیکی باقی می‌ماند شروع می‌کنیم. چنین جسمی می‌تواند یک آونگ در نوسان، یک جسم متصل به یک فنر و یا یک مدار LC باشد که پیکربندی آن‌ها با زمان کاملاً با یک کمیت مشخص می‌شود و می‌گوییم دستگاه یک درجه آزادی دارد (شکل ۱-۱). به عنوان مثال آونگ نوسانگر را می‌توان با زاویه‌ای که نخ آونگ با امتداد قائم می‌سازد و مدار LC با بار روی خازن بیان کرد. همه این دستگاه‌ها یک درجه آزادی دارند و جابه‌جایی جزء متحرک از وضع تعادل دارای وابستگی زمانی ساده‌ای است (که نوسان هماهنگ نامیده می‌شود):

$$\psi(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1-1)$$

برای جسم نوسانگر ψ جابه‌جایی جرم از وضع تعادل و برای مدار LC این کمیت می‌تواند نشان‌دهنده جریان در القاگر یا بار روی خازن باشد. معادله (۱-۱) وابستگی زمانی را به شرط اینکه جزء متحرک از وضع تعادل زیاد دور نشود نشان می‌دهد. (برای زوایای بزرگ نوسان آونگ، معادله (۱-۱) یک تقریب حرکت آونگ است. برای

کشیدگی زیاد فنر نیروی برگردان متناسب با میزان کشیدگی فنر نیست و معادله فوق تقریب ضعیفی برای حرکت جسم است. بار زیاد روی خازن سبب جریان زیاد بین صفحات خازن و تخلیه الکتریکی بین صفحات خازن می‌شود).

نوسان یک دستگاه فیزیکی نتیجه دو خاصیت ذاتی دستگاه فیزیکی، یعنی، کشسانی و لختی که تمایلات مخالفی دارند است. جسمی را در نظر بگیرید که در حال تعادل است ($\psi=0$) و نیروهای وارد بر آن همدیگر را خنثی کرده‌اند. اکنون این جسم را از وضع تعادل به اندازه ψ با اعمال نیرو و انجام کار بر آن دور می‌کنیم در این حالت فرض می‌کنیم ψ مثبت و $\frac{d\psi}{dt}$ صفر است. اگر جسم را رها کنیم نیروی برگردانی وارد عمل شده و می‌خواهد که مقدار ψ را به مقدار اصلی آن که صفر است با اعمال یک سرعت منفی $\frac{d\psi}{dt}$ برگرداند. مقدار این نیروی برگردان به وسیله خواص کشسانی دستگاه مشخص می‌شود. لختی از طرف دیگر با تغییر سرعت مخالفت می‌کند. وقتی جسم به وضع تعادل می‌رسد ($\psi=0$) نیروی برگردان صفر می‌شود ولی سرعت منفی بیشینه است و ایجاد یک جابه‌جایی منفی می‌کند. این جسم اکنون از وضع تعادل می‌گذرد و نیروی برگردان مثبت می‌شود (یعنی کمک می‌کند که جابه‌جایی زیاد شود) و باید بر لختی سرعت منفی غلبه کند. لذا سرعت کاهش می‌یابد تا سرانجام به صفر برسد و در حالی که جابه‌جایی زیاد و منفی می‌شود این عمل از سر گرفته می‌شود. و به این ترتیب جسم نوسان می‌کند.

در یک پدیده اغلب دو حرکت ارتعاشی و پیشرونده مشاهده می‌شود، مثلاً، امواج آب اقیانوس به سوی ساحل پیش می‌روند ولی ذرات آب بدون پیشروی فقط به بالا و پایین حرکت می‌کنند. تپ در یک ریسمان، طول ریسمان را طی می‌کند ولی ماده ریسمان بدون پیشروی فقط ارتعاش می‌کند.

مطالعه خود را با حرکت اجسامی که حول یک موقعیت میانه ارتعاش یا نوسان می‌کنند شروع می‌کنیم.

در فصل اول و دوم مثال‌هایی از حرکت یک دستگاه بسته که در آن‌ها در اثر یک انگیزش (تحریک) اولیه (به وسیله یک اغتشاش خارجی) حرکت آغاز می‌شود و جسم بدون هیچ تحریک دیگری آزادانه شروع به نوسان می‌کند را مطالعه می‌کنیم این نوسانات را آزاد یا طبیعی می‌نامند.

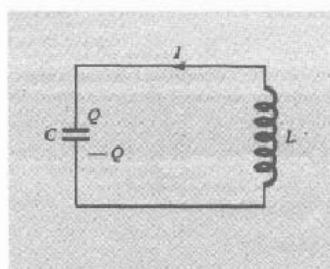
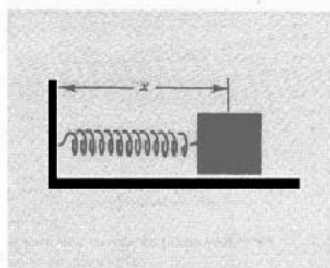
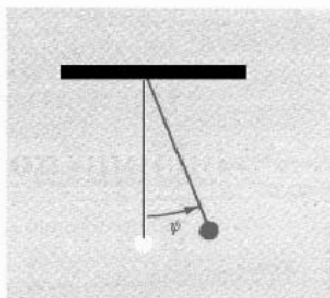
در فصل اول دستگاه‌های ساده که دارای یک یا دو جزء متحرک هستند را مطالعه می‌کنیم. این مطالعات پایه‌ای برای درک دستگاه‌های نوسانی آزاد با چندین جزء متحرک است که آن را در فصل دوم این کتاب مطالعه می‌کنیم. در فصل دوم خواهیم دید که حرکت دستگاه‌های پیچیده، شکل مرکبی از حرکت‌های ساده‌تر که مدهای حرکت نامیده می‌شوند است. بدون توجه به پیچیدگی یک دستگاه خواهیم دید که هریک از مدهای حرکت دارای ماهیت بسیار مشابه با یک نوسانگر هماهنگ ساده هستند. بنابراین در حرکت هر دستگاه در یکی از مدهای حرکت خود، به هر جزء متحرک نیروی برگرداننده ثابتی بر واحد جرم و بر واحد جابه‌جایی وارد می‌شود و همه قسمت‌های متحرک با وابستگی زمانی ثابت $\cos(\omega t + \phi)$ ، یعنی، با بسامد زاویه‌ای ω و ثابت فاز ϕ یکسان نوسان می‌کنند.

هر یک از دستگاه‌های مورد مطالعه به وسیله یک کمیت فیزیکی که جابه‌جایی نسبت به وضع تعادل است و نسبت به مکان و زمان تغییر می‌کند بیان می‌شود. در دستگاه‌های مکانیکی (قسمت‌های متحرک، جرم‌های نقطه‌ای اند که نیروی برگرداننده به آن‌ها وارد می‌شود) این کمیت فیزیکی جابه‌جایی جرم واقع در نقطه x, y, z از وضع تعادل است.

جابه‌جایی را با بردار $\psi(x, y, z, t)$ بیان می‌کنیم. گاهی این بردار تابعی از x, y, z, t بوده و تابع موجی نامیده می‌شود. در بعضی از مثال‌های الکتریکی، این کمیت فیزیکی جریان در پیچک و یا بار خازن است. در برخی از مثال‌ها نیز، میدان الکتریکی $E(x, y, z, t)$ یا میدان مغناطیسی $B(x, y, z, t)$ است و در مواردی نیز، این امواج را، امواج الکترومغناطیسی می‌نامند.

۱-۲ نوسانات آزاد سیستم‌های با یک درجه آزادی

مطالعه خود را با اجسامی که مقید به حرکت در مجاورت یک نقطه هستند و یا حول یک وضعیت میانه نوسان و یا ارتعاش می‌کنند (ψ کوچک)، که آن را تقریب نوسانات کوچک می‌گوییم، شروع می‌کنیم. برای این دستگاه‌ها نیروی برگرداننده متناسب با جابه‌جایی است. اگر نوسان شدید باشد (ψ بزرگ) وابستگی نیروی برگرداننده به جابه‌جایی پیچیده است.



شکل ۱-۱. دستگاه‌های با یک درجه آزادی (آونگ مقید به نوسان در یک صفحه است).

برای دستگاه‌های ساده‌ای مانند آونگی که در یک صفحه نوسان می‌کند، جرمی که به یک فنر بسته شده است و یک مدار الکتریکی LC که پیکربندی آن در هر لحظه فقط با یک کمیت مشخص می‌شود فقط یک درجه آزادی وجود دارد به عبارت دیگر فقط یک قسمت متحرک وجود دارد (شکل ۱-۱) و یک کمیت فیزیکی دستگاه را مشخص می‌کند.

مثلاً آونگ نوسانگر را می‌توان با زاویه‌ای که نخ آونگ با امتداد قائم می‌سازد و مدار LC را به وسیله بار روی خازن بیان کرد. (اگر آونگ در هر راستایی بتواند نوسان

کند، مثلاً گلوله‌ای که به ریسمانی بسته شده است، در این صورت دو درجه آزادی خواهد داشت و دو مختصه برای مشخص کردن موقعیت گلوله لازم است ولی اگر نوسان آن مقید به یک صفحه شود فقط دارای یک درجه آزادی خواهد بود).
 برای دستگاه‌های با یک درجه آزادی، جابه‌جایی "جزء متحرک" از وضع تعادل دارای وابستگی زمانی ساده‌ای است که نوسانگر هماهنگ^۱ ساده نامیده می‌شود.

$$\psi(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

همان‌طوری که گفتیم برای جرم نوسانگر، ψ جابه‌جایی آن از وضع تعادل و در مورد نوسانگر LC، جریان در القاگر و یا بار روی خازن است. به‌طور دقیق، خواهیم دید که معادله (۱-۱) دارای وابستگی زمانی است به شرط اینکه قسمت متحرک از وضع تعادل زیاد دور نشود (در نوسان آونگ در زوایای بزرگ، معادله (۱-۱) فقط یک تقریب برای حرکت خواهد بود و در مورد جرمی که به فنر بسته شده است برای انبساط‌های بزرگ فنر نیروی برگرداننده متناسب با انبساط فنر نخواهد بود و حرکت با معادله (۱-۱) بیان نمی‌شود و اگر بار روی خازن به اندازه کافی بزرگ باشد پدیده شکست و جرقه زدن بین صفحات خازن صورت می‌گیرد و حرکت بار از رابطه (۱-۱) پیروی نمی‌کند.

۳-۱ پارامترهای حرکت نوسانی هماهنگ ساده

۱-۳-۱ دامنه: در معادله (۱-۱) A یک ثابت مثبت که دامنه نامیده می‌شود است. دامنه حرکت هماهنگ ساده بیشینه مقدار جابه‌جایی از وضع تعادل است
 ۱-۳-۲ بسامد: بسامد تعداد نوسان‌هایی است که جسم در یک بازه زمانی واحد انجام می‌دهد و با ν نشان می‌دهیم. طبق تعریف عکس بسامد را دوره یا زمان تناوب می‌نامیم دوره تناوب کوچک‌ترین بازه زمانی است که در آن مدت نوسان تکرار می‌شود.

$$T = \frac{1}{\nu} \quad (2-1)$$

بسامد زاویه‌ای، $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ ، است در دستگاه بین‌المللی یکاها، بسامد ν برحسب چرخه بر ثانیه یا هرتز (به‌طور مخفف با cps یا Hz نشان داده می‌شود). زمان تناوب برحسب ثانیه و بسامد زاویه‌ای برحسب رادیان بر ثانیه، rad/s، بیان می‌شود.

شناسه تابع کسینوس در رابطه (۱-۱)، $\omega t + \phi$ ، فاز حرکت نامیده می‌شود و ثابت ϕ فاز اولیه یا ثابت فاز نامیده می‌شود.

ثابت فاز بستگی به انتخاب مبدأ زمان اندازه‌گیری دارد. اغلب مقدار ثابت فاز مورد توجه خاص ما قرار ندارد. در این موارد ϕ را صفر انتخاب کرده لذا معادله (۱-۱) را به‌صورت $\psi = A \sin \omega t$ یا $\psi = A \cos \omega t$ می‌نویسیم. فاز یک دستگاه نوسانی حالت دستگاه را نسبت به مکان و جهت حرکت مشخص می‌کند. دامنه حرکت و ثابت فاز از شرایط اولیه مسئله تعیین می‌شوند و دوره تناوب و بسامد با استفاده از خواص لختی و کشسانی دستگاه تعیین می‌شود.

۳-۳-۱ نیروی برگردان و لختی

رفتار نوسانی که به وسیله معادله (۱-۱) بیان می‌شود و همواره از دو خاصیت ذاتی دستگاه فیزیکی با تمایلات مخالف نتیجه می‌شود این دو خاصیت نیروی برگردان و لختی است.

(نیروی برگردان) با دادن (سرعت) مناسب $\frac{d\psi}{dt}$ به جزء متحرک می‌خواهد که ψ را به صفر برگرداند. هر چه ψ بزرگ‌تر باشد نیروی برگردان قوی‌تر خواهد بود. در مدار نوسانگر LC، نیروی برگردان ناشی از نیروی دافعه بین الکترون‌ها است که سبب می‌شود الکترون‌ها ترجیح دهند بجای اینکه روی یکی از صفحات خازن جمع شوند به‌طور مساوی روی صفحات توزیع شده و بار خالص صفر شود. خاصیت دوم (لختی) است که با هر نوع تغییر در سرعت جسم، $\frac{d\psi}{dt}$ ، مخالفت می‌کند. برای مدار نوسانگر LC نیروی برگردان ناشی از القاییدگی L است که با هر تغییری در جریان $\frac{d\psi}{dt}$ مخالفت می‌کند. (فرض کنید ψ بار روی خازن باشد).

۱-۳-۴ رفتار نوسانی

اگر در آغاز ψ مثبت و $\frac{d\psi}{dt}$ صفر باشد. نیروی برگردان شتابی که سرعت منفی را سبب می‌شود ایجاد می‌کند. وقتی ψ به صفر برسد سرعت منفی بیشینه خواهد شد در $\psi = 0$ نیروی برگردان صفر شده و سرعت منفی سبب جابه‌جایی منفی می‌شود و سپس نیروی برگردان مثبت شده و این بار باید بر لختی سرعت منفی غلبه کند. سرانجام، سرعت $\frac{d\psi}{dt}$ صفر شده و در این لحظه جابه‌جایی بزرگ و منفی است و این فرایند عکس می‌شود. این چرخه بارها ادامه می‌یابد: نیروی برگردان سعی می‌کند که ψ را به صفر برگرداند. برای این کار سرعتی القا می‌کند. لختی سرعت را حفظ می‌کند. و سبب می‌شود که ψ بزرگ‌تر شود. دستگاه به این گونه نوسان می‌کند.

سرعت و شتاب در حرکت هماهنگ ساده:

می‌خواهیم بدانیم که سرعت و شتاب در این حرکت چگونه با زمان تغییر می‌کنند. جابه‌جایی این نوع حرکت با رابطه (۱-۱) بیان می‌شود. لذا سرعت و شتاب حرکت را به آسانی می‌توان حساب کرد:

$$\psi(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\Rightarrow v = \frac{d\psi}{dt} = \psi' = -A\omega \sin(\omega t + \phi) = \pm A\omega \left(1 - \frac{\psi^2}{A^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2-1)$$

و

$$a = \frac{d^2\psi}{dt^2} = \psi'' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 \psi \quad (3-1)$$

۱-۳-۵ معنی فیزیکی ω^2

بسامه زاویه‌ای نوسانگر، ω ، در هر حالت به خواص فیزیکی دستگاه (که بعداً نشان می‌دهیم) طبق رابطه زیر مربوط می‌شود:

$$ma = -m\omega^2 \psi \Rightarrow F = -m\omega^2 \psi \Rightarrow \omega^2 = -\frac{F}{m\psi}$$

(۳-۱ ب) نیروی برگردان بر واحد جابه‌جایی بر واحد جرم $\omega^2 =$

گاهاً، مانند مورد الکتریکی (مدار LC) جرم لختی^۱، جرم حقیقی نیست.

نوسانات میرا

اگر اغتشاشی به دستگاه نوسانی وارد نشود مطابق معادله (۱-۱) برای همیشه نوسان می‌کند. ولی در وضعیت‌های فیزیکی حقیقی فرایندهای "اصطکاکی" و "مقاومتی" دخالت کرده و سبب میرایی شدن حرکت می‌شوند. بنابراین حرکت نوسانی میرا می‌شود. اگر دستگاه در لحظه $t=0$ به نوسان در آید در این صورت در لحظات $t \geq 0$ معادله حرکت که بعداً مطالعه می‌کنیم به شکل زیر خواهد بود:

$$\psi(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \phi) \quad (۴-۱)$$

است. هر چند نوسانات میرا را در بخش‌های مختلف فیزیک مطالعه کرده‌اید ولی بعداً به آن برمی‌گردیم.

۴-۱ نوسانگر هماهنگ: خواص و مثال‌ها

نوسانگر هماهنگ مثال مهمی از حرکت تناوبی است و از اهمیت زیادی در بیشتر مسائل فیزیک کلاسیک و کوانتوم برخوردار است.

در دستگاه‌های کلاسیک، نوسانگر هماهنگ، دستگاه پایداری است که اندکی از وضع تعادل جابه‌جا و رها می‌شود. می‌دانیم که باید مقداری کار برای جابه‌جا کردن جسم از وضع تعادل انجام داد و بعد از جابه‌جا شدن نیرویی می‌خواهد که جسم را به وضع تعادل برگرداند این نیرو تابعی از ψ خواهد بود. در دستگاه‌هایی که این جابه‌جایی بزرگ باشد وابستگی این نیرو به جابه‌جایی پیچیده است ولی برای دستگاه‌هایی که جابه‌جایی کوچک است این نیروی برگردان متناسب با جابه‌جایی است و ما این را تقریب نوسان‌های کوچک می‌نامیم:

$$F = -k\psi$$

مانند:

۱- جرمی که به یک فنر بسته شده و فنر اندکی کشیده شده و رها می‌شود (دامنه کوچک نوسان)

۲- آونگ ساده در محدوده نوسان‌های کوچک (تقریب نوسانات کوچک)

۳- مدار الکتریکی متشکل از یک القائیدگی و خازن در محدوده جریان‌های کوچک به‌طوری که عناصر مدار خطی باشند.

یک عنصر دستگاه مکانیکی و الکتریکی وقتی خطی است که پاسخ آن با نیروی محرک مدار نسبت مستقیم داشته باشد. اگر جابه‌جایی به اندازه کافی کوچک باشد بیشتر پدیده‌ها (ولی نه همه آن‌ها) در فیزیک خطی هستند.

مهم‌ترین خواص نوسانگر هماهنگ عبارتست از:

الف) بسامد حرکت مستقل از دامنه نوسان، در محدوده خطی بودن، است.

ب) نوسان‌های هماهنگ را به‌طور خطی می‌توان برهم‌نهاد (برهم‌نهی نوسان‌های هماهنگ) معادله حرکت هماهنگ ساده چنین است:

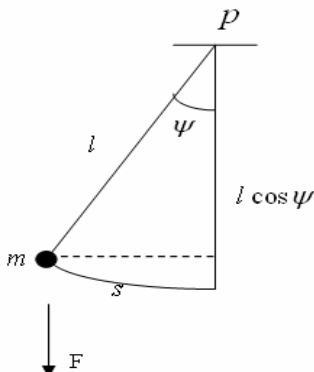
$$F = -k\psi \Rightarrow m \frac{d^2\psi}{dt^2} = -k\psi$$

۱-۵ مثال‌ها

۱-۵-۱ آونگ ساده

آونگ ساده از جرم نقطه‌ای m که به انتهای یک میله یا ریسمان بدون جرم به طول l بسته شده و انتهای دیگر روی لولایی آویزان شده و می‌تواند در صفحه قائمی حرکت کند تشکیل می‌شود (شکل ۱-۲).

فرض کنید که ψ زاویه‌ای (برحسب رادیان) باشد که ریسمان یا میله با امتداد قائم می‌سازد. (آونگ در صفحه قائم نوسان می‌کند و پیکربندی آن فقط با ψ مشخص می‌شود). اولین سؤالی که در اینجا مطرح می‌شود این است که بسامد نوسان آونگ چیست؟



شکل ۱-۲. آونگ ساده متشکل از جرم نقطه‌ای m که به انتهای میله بدون جرم L آویزان شده است.

جابه‌جایی گلوله (نقطه‌ای) آونگ روی پیرامون قوس دایره‌ای مسیر برابر با $\ell\psi$

است. سرعت مماسی لحظه‌ای متناظر با آن $\ell \frac{d\psi}{dt}$ و شتاب مماسی متناظر $\ell \frac{d^2\psi}{dt^2}$ می‌باشد. نیروی برگردان مؤلفه مماسی نیرو است. ریسمان یا میله سهمی در این مؤلفه از نیرو ندارد. نیروی وزن mg است و مؤلفه مماس بر مسیر آن $-mg\sin\psi$ ، نیروی برگردان است. بنابراین طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$F = ma$$

$$m\ell \frac{d^2\psi}{dt^2} = -mg\sin\psi(t) \quad (5-1)$$

اکنون از رابطه بسط تیلور استفاده می‌کنیم:

$$\sin\psi = \psi - \frac{\psi^3}{3!} + \frac{\psi^5}{5!} + \dots \quad (6-1)$$

که بقیه جملات سری را نشان می‌دهد. می‌بینیم که به ازای زوایای کوچک ψ (برحسب رادیان) می‌توان در معادله فوق از کلیه جملات به جز ψ صرف‌نظر کرد.

خودآزمایی ۱-۱: اندازه ψ تا چه حد باید کوچک باشد؟