



دانشگاه سیم نور

نظریه میدان‌های کوانتومی ۱

(کارشناسی ارشد فیزیک)

دکتر فرین پاینده

امروزه کتاب‌خوانی و علم‌آموزی، نه تنها یک وظیفه‌ی ملی، که یک واجب دینی است.

مقام معظم رهبری

در عصر حاضر یکی از شاخصه‌های ارزیابی رشد، توسعه و پیشرفت فرهنگی هر کشوری میزان تولید کتاب، مطالعه و کتاب‌خوانی مردم آن مرز و بوم است. ایران اسلامی نیز از دیرباز تاکنون با داشتن تمدنی چندهزارساله و مراکز متعدد علمی، فرهنگی، کتابخانه‌های معتبر، علما و دانشمندان بزرگ با آثار ارزشمند تاریخی، سرآمد دولت‌ها و ملت‌های دیگر بوده و در عرصه‌ی فرهنگ و تمدن جهانی به‌سان خورشیدی تابناک همچنان می‌درخشد و با فرزندان نیک‌نهاد خویش هنرنمایی می‌کند. چه کسی است که در دنیا با دانشمندان فرزانه و نام‌آور ایرانی همچون ابوعلی سینا، ابوریحان بیرونی، فارابی، خوارزمی و ... همچنین شاعران برجسته‌ای نظیر فردوسی، سعدی، مولوی، حافظ و ... آشنا نباشد و در مقابل عظمت آنها سر تعظیم فرود نیاورد. تمامی این افتخارات ارزشمند، برگرفته از میزان عشق و علاقه فراوان ملت ما به فراگیری علم و دانش از طریق خواندن و مطالعه منابع و کتاب‌های گوناگون است. به شکرانه‌ی الهی، تاریخ و گذشته ما، همیشه درخشان و پر بار است. ولی اکنون در این زمینه در چه جایگاهی قرار داریم؟ آمار و ارقام ارائه‌شده از سوی مجامع و سازمان‌های فرهنگی در مورد سرانه‌ی مطالعه‌ی هر ایرانی، برایمان چندان امیدوارکننده نمی‌باشد و رهبر معظم انقلاب اسلامی نیز از این وضعیت بارها اظهار گله و ناخشنودی نموده‌اند.

کتاب، دروازه‌ای به سوی گستره‌ی دانش و معرفت است و کتاب خوب، یکی از بهترین ابزارهای کمال بشری است. همه‌ی دستاوردهای بشر در سراسر عمر جهان، تا آنجا که قابل کتابت بوده است، در میان دست‌نوشته‌هایی است که انسان‌ها پدید آورده و می‌آورند. در این مجموعه‌ی بی‌نظیر، تعالیم الهی، درس‌های پیامبران به بشر، و همچنین علوم مختلفی است که سعادت بشر بدون آگاهی از آنها امکان‌پذیر نیست. کسی که با دنیای زیبا و زندگی‌بخش کتاب ارتباط ندارد بی‌شک از مهم‌ترین دستاورد انسانی و نیز از بیشترین معارف الهی و بشری محروم است. با این دیدگاه، به‌روشنی می‌توان ارزش و مفهوم رمزی عمیق در این حقیقت تاریخی را دریافت که اولین خطاب خداوند متعال به پیامبر گرامی اسلام (ص) این است که «بخوان!» و در اولین

سوره‌ای که بر آن فرستاده‌ی عظیم‌الشان خداوند، فرود آمده، نام «قلم» به تجلیل یاد شده‌است: «اقْرَأْ وَ رَبُّكَ الْأَكْرَمُ. الَّذِي عَلَّمَ بِالْقَلَمِ» در اهمیت عنصر کتاب برای تکامل جامعه‌ی انسانی، همین بس که تمامی ادیان آسمانی و رجال بزرگ تاریخ بشری، از طریق کتاب جاودانه مانده‌اند.

دانشگاه پیام‌نور با گستره‌ی جغرافیایی ایران‌شمول خود با هدف آموزش برای همه، همه‌جا و همه‌وقت، به‌عنوان دانشگاهی کتاب‌محور در نظام آموزش عالی کشورمان، افتخار دارد جایگاه اندیشه‌سازی و خردورزی بخش عظیمی از جوانان جویای علم این مرز و بوم باشد. تلاش فراوانی در ایام طولانی فعالیت این دانشگاه انجام پذیرفته تا با بهره‌گیری از تجربه‌های گرانقدر استادان و صاحب‌نظران برجسته کشورمان، کتاب‌ها و منابع آموزشی درسی شاخص و خودآموز تولید شود. در آینده هم، این مهم با هدف ارتقای سطح علمی، روزآمدی و توجه بیشتر به نیازهای مخاطبان دانشگاه پیام‌نور با جدیت ادامه خواهد داشت. به‌طور قطع استفاده از نظرات استادان، صاحب‌نظران و دانشجویان محترم، ما را در انجام این وظیفه‌ی مهم و خطیر یاری‌رسان خواهد بود. پیشاپیش از تمامی عزیزانی که با نقد، تصحیح و پیشنهادهای خود ما را در انجام این وظیفه‌ی خطیر یاری می‌رسانند، سپاسگزاری می‌نماییم. لازم است از تمامی اندیشمندانی که تاکنون دانشگاه پیام‌نور را منزلگاه اندیشه‌سازی خود دانسته و ما را در تولید کتاب و محتوای آموزشی درسی یاری نموده‌اند، صمیمانه قدردانی گردد. موفقیت و بهروزی تمامی دانشجویان و دانش‌پژوهان عزیز آرزوی همیشگی ما است.

دانشگاه پیام‌نور

فهرست مطالب کتاب

یازده

پیشگفتار

۱	فصل اول: مقدمه‌ای بر نظریه میدان‌های کوانتومی
۱	هدف کلی
۱	هدف‌های یادگیری
۱	مقدمه
۲	۱-۱ پیش‌درآمدی بر فیزیک ذرات بنیادی و نظریه نسبیت خاص
۷	۲-۱ نسبیت خاص
۱۳	۳-۱ تبدیلات لورنتز
۱۶	۴-۱ مروری کوتاه بر فیزیک ذرات بنیادی
۱۸	۵-۱ خلاصه‌ای از شجره‌نامه ذرات بنیادی
۱۹	۱-۵-۱ نیروی الکترومغناطیسی
۱۹	۲-۵-۱ نیروی ضعیف
۲۰	۳-۵-۱ نیروی قوی
۲۰	۴-۵-۱ برد یک نیرو
۲۱	۶-۱ ذرات بنیادی
۲۱	۱-۶-۱ لپتون‌ها
۲۳	۲-۶-۱ کوارک‌ها
۲۵	۷-۱ مکانیسم هیگز
۲۷	۸-۱ وحدت بزرگ
۲۸	۹-۱ اَبَر تقارن
۲۹	۱۰-۱ نظریه ریسمان
۳۰	خلاصه
۳۰	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل اول

۳۵	فصل دوم: مقدمه‌ای بر نظریهٔ گروه‌ها و کاربردهای فیزیکی آن
۳۵	هدف کلی
۳۵	هدف‌های یادگیری
۳۵	مقدمه
۳۶	۱-۲ تعریف گروه
۳۷	۱-۱-۲ نمایش گروه
۳۸	۲-۱-۲ پارامترهای گروه
۳۸	۲-۲ گروه‌های لی
۴۱	۳-۲ گروه دوران
۴۲	۴-۲ نمایش‌های دوران
۴۴	۵-۲ گروه $SO(N)$
۴۸	۶-۲ گروه‌های یکانی
۵۵	۷-۲ عملگرهای کازیمیر
۶۳	خلاصه
۶۴	خودآزمایی تشریحی فصل دوم
۶۵	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل دوم
۶۷	فصل سوم: نظریهٔ میدان لاگرانژی
۶۷	هدف کلی
۶۷	هدف‌های یادگیری
۶۸	مقدمه
۶۸	۱-۳ بخش اول: نظریهٔ میدان لاگرانژی کلاسیک
۶۸	۱-۱-۳ نظریهٔ میدان لاگرانژی
۷۰	۲-۱-۳ فرمالیسم لاگرانژی و اصل کمترین کنش
۷۶	۳-۱-۳ نظریهٔ میدان لاگرانژی برای میدان‌های کلاسیک
۸۱	۴-۱-۳ چگالی لاگرانژی میدان کلاین-گوردون
۸۴	۵-۱-۳ فرمالیسم هامیلتونی نظریهٔ میدان و تکانهٔ مزدوج کانونیک
۱۰۰	۶-۱-۳ میدان الکترومغناطیسی
۱۱۷	۲-۳ بخش دوم: نظریهٔ میدان لاگرانژی کوانتومی
۱۱۷	۱-۲-۳ کوانتس میدان الکترومغناطیسی
۱۳۱	۲-۲-۳ مشابهت‌سازی میدان الکترومغناطیسی کوانتیزه با نوسانگر سادهٔ کوانتومی
۱۳۷	۳-۲-۳ کوانتس میدان شرودینگری
۱۵۴	خلاصه
۱۵۵	خودآزمایی تشریحی فصل سوم
۱۵۵	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل سوم

۱۵۷	فصل چهارم: تقارن‌ها، قوانین پایستگی و قضیهٔ نوتر
۱۵۷	هدف کلی
۱۵۷	هدف‌های یادگیری
۱۵۷	مقدمه
۱۵۸	۴-۱ قضیهٔ نوتر
۱۶۳	۴-۲ جریان‌های پایسته با حفظشدنی
۱۶۵	۴-۳ یک بررسی کلی‌تر از مفهوم تقارن و قضیهٔ نوتر
۱۷۲	۴-۳-۱ یافتن کمیت پایسته برای میدان اسکالر مختلط با استفاده از قضیهٔ نوتر
۱۷۸	۴-۳-۲ شکل کلی‌تر قضیهٔ نوتر در نظریهٔ میدان و کمیت‌های پایسته
۱۸۸	۴-۴ تبدیلات پیمانه‌ای
۱۹۰	۴-۵ تبدیلات پیمانه‌ای محلی یا موضعی
۱۹۲	خلاصه
۱۹۲	خودآزمایی تشریحی فصل چهارم
۱۹۳	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل چهارم
۱۹۵	فصل پنجم: میدان‌های اسکالر
۱۹۵	هدف کلی
۱۹۵	هدف‌های یادگیری
۱۹۶	مقدمه
۱۹۶	۵-۱ میدان‌های اسکالر و نحوهٔ رسیدن به معادلهٔ کلاین-گوردون
۲۰۲	۵-۲ تعبیر مجلد میدان و کوانتش میدان مربوط به میدان‌های اسکالر
۲۰۳	۵-۳ کوانتش دوّم
۲۰۵	۵-۴ نوسانگر هماهنگ ساده
۲۰۷	۵-۵ کوانتش یک میدان کلاسیک
۲۱۵	۵-۶ کوانتش میدان اسکالر
۲۳۱	۵-۷ حالتها در نظریهٔ میدان‌های کوانتومی
۲۳۲	۵-۸ عملگرهای شمارش یا تعداد
۲۳۴	۵-۹ بهنجارش حالت‌ها
۲۳۴	۵-۱۰ آمار بوز-اینشتین
۲۳۵	۵-۱۱ انرژی و تکانهٔ میدان
۲۳۶	۵-۱۲ تفکیک میدان به فرکانس‌های مثبت و منفی
۲۳۸	۵-۱۳ حاصل ضرب‌های ترتیب بهنجار و ترتیب زمانی
۲۴۰	۵-۱۴ میدان اسکالر مختلط
۲۵۴	۵-۱۵ روابط جابه‌جایی غیرهمزمان بین میدان‌ها و معرفّی انتشارگرهای میدان
۲۷۲	۵-۱۶ معرفّی انتشارگر فاینمن
۲۷۷	۵-۱۷ بیان انتشارگر فاینمن مزونی در فضای تکانه
۲۸۱	خلاصه

۲۸۲	خودآزمایی تشریحی فصل پنجم
۲۸۳	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل پنجم
۲۸۵	فصل ششم: میدان دیراکی یا اسپینوری و کوانتش هموردای آن
۲۸۵	هدف کلی
۲۸۵	هدف‌های یادگیری
۲۸۶	مقدمه
۲۸۶	۶-۱ معادله دیراک و میدان دیراکی کلاسیک
۲۸۸	۶-۲ افزودن نظریه کوانتومی
۲۸۸	۶-۳ میدان دیراکی و اصل طرد پائولی
۲۹۲	۶-۴ شکل ماتریس‌های دیراک
۳۱۰	۶-۵ برخی خواص ماتریس‌های دیراک
۳۱۳	۶-۶ جواب‌های معادله دیراک
۳۱۷	۶-۷ جواب‌های فضای آزاد
۳۲۲	۶-۸ خیزها، دوران‌ها و هلیسیتی
۳۲۷	۶-۹ اسپینورهای وایل
۳۳۰	۶-۱۰ اسپینورهای الحاقی و ویژگیهای تبدیلی
۳۴۰	۶-۱۱ کوانتش هموردای میدان دیراکی
۳۵۴	۶-۱۲ روابط پادجابه‌جایی غیرهمزمان بین میدان‌های دیراکی
۳۶۰	خلاصه
۳۶۱	خودآزمایی تشریحی فصل ششم
۳۶۱	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل ششم
۳۶۵	فصل هفتم: کوانتش هموردای میدان الکترومغناطیسی
۳۶۵	هدف کلی
۳۶۵	هدف‌های یادگیری
۳۶۵	مقدمه
۳۶۶	۷-۱ مروری دوباره بر الکترودینامیک کلاسیک
۳۷۱	۷-۲ میدان الکترومغناطیسی کوانتیزه شده
۳۷۳	۷-۳ کوانتش هموردای میدان الکترومغناطیسی
۳۸۲	۷-۴ روش گوپتا-بلویلر برای حذف قطبش‌های غیرفیزیکی اسکالر و طولی
۳۸۷	خلاصه
۳۸۸	خودآزمایی تشریحی فصل هفتم
۳۸۹	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل هفتم
۳۹۱	فصل هشتم: نظریه انتشارگرا
۳۹۱	هدف کلی

۳۹۱	هدف‌های یادگیری
۳۹۲	مقدمه
۳۹۲	۸-۱ مروری بر نظریه انتشارگرها
۳۹۳	۸-۲ تابع گرین در فضای تکانه برای معادله شرودینگر
۳۹۴	۸-۳ تابع گرین در فضای مختصات با قطب واقع بر روی محور حقیقی
۳۹۶	۸-۴ تابع گرین در فضای مختصات با انتقال قطب از محور حقیقی
۳۹۹	۸-۵ بیان انتگرالی تابع پله‌ای
۴۰۰	۸-۶ تابع گرین در فضای مختصات برحسب تابع پله‌ای
۴۰۲	۸-۷ انتشارگر کلاین-گوردون
۴۰۳	۸-۸ انتشارگر فاینمن
۴۰۵	۸-۹ سایر انتشارگرها
۴۰۶	۸-۱۰ بیان انتشارگر فاینمن برحسب تابع پله‌ای
۴۰۷	۸-۱۱ محاسبه شکل صریح انتشارگر فاینمن دیراکی، $S_F(x)$ ، در فضای مختصات
۴۰۸	۸-۱۲ محاسبه شکل صریح انتشارگر فاینمن $\Delta_F(x)$ در فضای مختصات
۴۱۷	۸-۱۳ بررسی رفتار مجانبی انتشارگر فاینمن $\Delta_F(x)$
۴۱۹	خلاصه
۴۲۰	خودآزمایی تشریحی فصل هشتم
۴۲۱	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل هشتم
۴۲۳	فصل نهم: ماتریس پراکندگی و نظریه اختلال
۴۲۳	هدف کلی
۴۲۳	هدف‌های یادگیری
۴۲۴	مقدمه
۴۲۵	۹-۱ معرفی ماتریس پراکندگی
۴۳۰	۹-۲ تصویر اندرکنشی
۴۳۴	۹-۳ نظریه اختلال
۴۴۳	۹-۴ قضیه ویک
۴۵۱	۹-۵ تعبیر فیزیکی جملات ماتریس پراکندگی
۴۶۰	خلاصه
۴۶۰	خودآزمایی تشریحی فصل نهم
۴۶۱	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل نهم
۴۶۳	فصل دهم: نظریه الکترودینامیک کوانتومی
۴۶۳	هدف کلی
۴۶۳	هدف‌های یادگیری
۴۶۴	مقدمه
۴۶۵	۱۰-۱ ناوردایی پیمان‌های QED

۴۶۹	۱۰-۲ اساس قواعد فاینمن
۴۷۳	۱۰-۳ محاسبه دامنه‌های پراکندگی
۴۷۵	۱۰-۴ قدم‌های لازم برای ساختن یک دامنه
۴۷۶	۱۰-۵ ثابت‌های جفتشدگی
۴۷۷	۱۰-۶ انتشارگرها
۴۸۳	۱۰-۷ نرخ‌های واپاشی و طول عمرها
۴۸۳	۱۰-۸ قواعد فاینمن برای QED
۴۹۶	خلاصه
۴۹۷	خودآزمایی تشریحی فصل دهم
۴۹۸	خودآزمایی چهارگزینه‌ای فصل دهم
۵۰۳	پاسخنامه
۵۱۵	منابع

تقدیم به سه بی همتا

استاد فرزانه دکتر مهدی گلشنی

مهندس حسین سیدی مسلمی

روانشاد دکتر ابراهیم پاینده

پیشگفتار

کتابی که در پیشرو دارید، بر طبق سرفصل‌های مصوب وزارت علوم، تحقیقات و فناوری برای درس نظریه میدان‌های کوانتومی ۱ تنظیم شده است که در دوره‌های تحصیلات تکمیلی کارشناسی ارشد و دکتری فیزیک نظری دانشگاه‌های مختلف تدریس می‌شود. از آنجائی که مخاطبان اصلی این کتاب دانشجویان دانشگاه پیام‌نور و در کل دانشجویانی هستند که حداقل دسترسی به کلاس و آموزش سنتی را دارند، لذا در این کتاب به منظور فراهم نمودن فرایند یادگیری خودآموز درس تا حد امکان سعی بر این بوده است که همراه با توضیحات فیزیکی لازم و اثبات کامل و گام‌به‌گام تمامی روابط ریاضی، تعداد زیادی تمرین حل شده نیز در لابلاي مطالب درسی گنجانده شوند. در ضمن دانشجویان گرامی می‌توانند جهت مطالعه تکمیلی برخی از موضوعات عنوان شده در این درس از جمله مباحث مربوط به مکانیک کوانتومی نسبیتی به کتاب مکانیک کوانتومی پیشرفته ۳ از همین مؤلف که برای دانشجویان دانشگاه پیام‌نور نگاشته شده است، مراجعه نمایند. مطالعه موازی این دو کتاب می‌تواند اطلاعات پایه‌ای مکملی را در اختیار خوانندگان قرار دهد. البته، مسلم است که هیچ اثری خالی از نقص

و اشکال نمی‌باشد. لذا، هرگونه نظر و پیشنهادی از سوی خوانندگان محترم در راستای رفع ایرادها و بهبود کمی و کیفی مطالب کتاب، و از جمله اشکالات تایپی مثر ثمر خواهد بود.^۱ توصیه مفید به خوانندگان این است که پس از فراگیری مطالب این کتاب به سایر منابع موجود برای این درس مراجعه کرده و با مطالعه مطالب و تحلیل مسائل بیشتر و متنوعی که به دلیل محدود بودن حجم این کتاب از بیان آن‌ها چشمپوشی گردیده است، عمق یادگیری خود را به‌ویژه در مسائل فیزیکی بیازمایند.

بر خود وظیفه می‌دانم که نهایت سپاس قلبی و قدردانی ویژه خود را به عزیزان گرانقدرم مهندس مهری تقی‌زاده انور، مهندس جواد جم‌آذری و امیرحسین جم‌آذری که بدون همکاری و کمک‌های بی‌چشمداشت آنان آغاز و اتمام این اثر هرگز میسر نبود، و اساتید گرانقدرم دکتر محمد مهرآفرین، دکتر محمدوحید تکوک و دکتر پرویز حوائی که همواره مدیون زحمات آنانم، و بالاخص استاد فرزانه دکتر مهدی گلشنی تقدیم نمایم که همواره زیبایی‌های دنیای فیزیک را به اعجاب به تصویر کشیده‌اند و از مکتب ایشان بسیاری آموخته‌اند. ای کاش شور و هیجان وصف‌ناپذیر کلاس‌های دکتر گلشنی را می‌توانستم با تک‌تک واژه‌هایی که در کلاس درس نظریه میدان‌های کوانتومی خود در دانشگاه صنعتی شریف برای دانشجویان خود می‌آموختند، با قلم به رشته تحریر درآورم، که این کار مسلماً امکان‌ناپذیر بوده و تنها از حیث حجمی به مقداری بالغ بر چندین برابر حجم مطالب این کتاب می‌انجامید، و طبیعی است که چنین خواستی خارج از ظرف یک کتاب درسی محدود است. اما خوشبختانه به همت تعدادی از دانشجویان کوشا در نشر دانش، فایل‌های صوتی و تصویری تعدادی از کلاس‌های درسی دکتر گلشنی از جمله مبانی فلسفی مکانیک کوانتومی و نظریه میدان‌های کوانتومی^{۲،۳،۱} در اینترنت^۲ جهت استفاده عموم بارگذاری شده‌اند و علاقه‌مندان می‌توانند با مراجعه نخست به آن‌ها و سپس سایر منابع فراوان موجود، این درس را به‌طور عمیق فراگرفته و از آن لذت برند. امید است که شوق یادگیری شمع راه شوریدگان دانشی باشد که والامردشان مشاهده و معاینه شگفتی‌های جهان اسرارآمیزی است که در پس نقاب روابط غامض و مبهم ریاضیات رنگ باخته‌اند.

۱. خوانندگان گرامی می‌توانند نظرات و پیشنهادات خود را به آدرس fnphysics.com@gmail.com ارسال نمایند.

۲. علاقه‌مندان می‌توانند آدرس اینترنتی سایت [maktabkhooneh](http://maktabkhooneh.org) را نیز جستجو کنند.

شایسته است کمال سپاسگزاری و امتنان ویژه به مدیریت محترم تدوین آقای دکتر مهران فرج‌اللهی، معاونت محترم تدوین مهندس حمیدرضا فرنیا، کارشناسان محترم تدوین آقای امیر عالی و خانم‌ها اشرف شوریابی، آتنا عسگری‌فر، آریتا ابراهیم‌نیا، فاطمه ردایی، فاطمه بنی‌جمالی، اکرم مبارکی، مینا حاجی‌انزهایی، خدیجه علی‌نژاد، فریده قطبی و به‌ویژه سرکار خانم سحر ملّاح به‌خاطر راهنمایی‌های ارزنده و زحمات بی‌دریغ‌شان در راستای چاپ این کتاب، همچنین آقای دکتر حسین متولی که ویراستاری علمی این کتاب را با حوصله و دقتی درخور انجام داده‌اند، دوستان گرامی‌ام دکتر محبوبه عبداللهی، دکتر معصومه عابدینی، دکتر زهرا عینی، دکتر زهرا بدرزاده، دکتر منیژه صدری، دکتر معصومه قاسم‌خانی، سپیده صدر محرر، سمیرا تقی‌زاده انور، سیده فاطمه حسینی رئوف، گلنوش مظلومی، مریم ملوندی، الهه توانگر و میترا قدس که همواره مشوق من بوده‌اند، کارشناس محترم گروه فیزیک خانم پروا مرادی به‌خاطر تمامی زحماتشان در گروه فیزیک و همکاران ارجمندم دکتر مرتضی محسنی، دکتر علی‌اصغر شکری، دکتر علیرضا دهقانی، دکتر کریم میلانچیان، دکتر احمد آخوند، دکتر محمد قناعتیان، دکتر عبدالرسول قرائتی، و معاونت محترم پژوهشی دکتر محمدعلی کریمی، معاونت محترم اداری و مالی دکتر حسن علیزاده، و نیز آقای مهندس علی شوکتی که با دقتی ستودنی تایپ و حروفچینی کتاب را برعهده داشته‌اند و سرکار خانم نورا نوری که زحمت صفحه‌آرایی کتاب را تقبل نموده‌اند، تقدیم گردد.

با آرزوی توفیق

فرین پاینده

فصل اوّل

مقدمه‌ای بر نظریه میدان‌های کوانتومی

هدف کلی

در این فصل، انتظار می‌رود دانشجو با مقدمات نظریه میدان‌های کوانتومی آشنا شود.

هدف‌های یادگیری

در این فصل، انتظار می‌رود دانشجو پس از مطالعه بتواند:

۱. با مفهوم میدان کوانتومی آشنا شود.
۲. تفاوت میان نظریه کوانتومی و نظریه میدان‌های کوانتومی را دریابد.
۳. با معادلات میدان کلاّین - گوردون و دیراک آشنا شود.
۴. مروری کوتاه بر نسبیت خاص و تبدیلات لورنتز داشته باشد.
۵. با مروری کوتاه بر فیزیک ذرات بنیادی، با انواع ذرات و نیروهای بنیادی، مکانیسم هیگز، و با نظریه‌های وحدت بزرگ، ابرتقارن و ریسمان آشنا شود.

مقدمه

نظریه میدان‌های کوانتومی یک چارچوب نظری است که مکانیک کوانتومی و نظریه نسبیت خاص را به یکدیگر پیوند می‌دهد. به بیان کلی، مکانیک کوانتومی نظریه‌ای است که رفتار سیستم‌های کوچک نظیر اتم‌ها و الکترون‌های منفرد را توصیف می‌کند و نسبیت خاص، مطالعه فیزیک انرژی بالا یعنی حرکت ذرات و سیستم‌ها در سرعت‌های نزدیک به سرعت نور

(اما در غیاب گرانش) است. پیامد بخشی که در ادامه به آن خواهیم پرداخت، چشیدن طعم نظریه میدان‌های کوانتومی است. در بخش‌هایی که به آن‌ها خواهیم پرداخت، به جزئیات هریک از مفاهیم اشاره خواهیم کرد (مک‌ماهون، ۲۰۰۸: ۱).

۱-۱ پیش‌درآمدی بر فیزیک ذرات بنیادی و نظریه نسبیت خاص

برای شروع، از سه ایده کلیدی از مکانیک کوانتومی شروع می‌کنیم. نخستین ایده کلیدی عبارت است از اینکه در مکانیک کوانتومی به تمامی مشاهده‌پذیرهای فیزیکی، عملگرهای ریاضی نسبت می‌دهیم. به عنوان مثال، هامیلتونی (یعنی انرژی) یک نوسانگر هماهنگ ساده عملگری به صورت $\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right)$ است که در آن، $\hat{a}$ و $\hat{a}^\dagger$ به ترتیب عملگرهای خلق و فنا بوده و $\hbar$ ثابت پلانک می‌باشد. دومین ایده کلیدی این است که اصل عدم قطعیت را از مکانیک کوانتومی به خاطر داشته باشیم. رابطه عدم قطعیت بین عملگر مکان $\hat{x}$ و عملگر تکانه $\hat{p}$ عبارت از $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ است. البته، رابطه عدم قطعیت دیگری بین انرژی و زمان به شکل $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ وجود دارد. هنگام در نظر گرفتن رابطه عدم قطعیت یا عدم یقین بین انرژی و زمان، نکته مهمی که باید به خاطر داشته باشیم این است که زمان در مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی تنها یک پارامتر است نه یک عملگر! اثبات این نکته که در کوانتوم به زمان نمی‌توان عملگر نسبت داد، توسط پائولی ارائه شده است.

آخرین نکته کلیدی که از مکانیک کوانتومی یادآوری می‌کنیم، روابط جابه‌جایی هستند. مهم‌ترین رابطه جابه‌جایی در کوانتوم به صورت $[\hat{x}, \hat{p}] = \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar$ است.

حال، به نسبیت خاص برمی‌گردیم و یک‌راست به سراغ معادله مشهور اینشتین می‌رویم؛ معادله‌ای که کم‌وبیش همگی با آن آشنا هستند؛ و می‌خواهیم ببینیم که نسبیت خاص چگونه بر نظریه کوانتومی تأثیر می‌گذارد. معادله معروف اینشتین که جرم و انرژی را به یکدیگر مربوط کرده و پیوند می‌دهد، به صورت $E = mc^2$ است.

از این معادله چه استنباط می‌کنیم؟

نکته مهمی که باید به آن توجه کنیم این است که اگر انرژی کافی وجود داشته باشد، یعنی مقدار انرژی کافی متناسب با جرم یک ذره مطابق رابطه $E = mc^2$ ، آنگاه می‌توانیم یک ذره را خلق کنیم یا به بیان دیگر یک ذره می‌تواند خلق شود. مطابق قوانین پایستگی، ما

در واقع به دو برابر جرم یک ذره نیازمندیم، به طوری که می‌توانیم یک ذره و پادذره آن را خلق کنیم. بنابراین، در فرایندهای انرژی بالا:

- تعداد ذرات ثابت نیست.
- انواع ذرات موجود ثابت نیستند.

دو مورد ذکر شده به این معنی هستند که به دلیل اُفت‌وخیزهای کوانتومی خلأ که علت آن نامعلوم است، تمامی ذرات می‌توانند از حالت زمینه خلأ خلق و نابود شوند و به بیان دیگر خلأ قابلیت تولید یا خلق و نیز نابودی تعداد بی‌شماری از انواع ذرات مختلف را دارا می‌باشد و این تعداد مقدار ثابتی نیست. در واقع، خلأ برخلاف نام گمراه کننده‌اش که از آن حالت بدون ذرات برداشت می‌شود، خالی نبوده و خلأ بسیار شلوغی می‌باشد، به طوری که در هر لحظه بینهایت ذره می‌توانند خلق و نابود شوند! و البته همین اُفت‌وخیزهای کوانتومی خلأ بر کمیت‌های فیزیکی اثر می‌گذارند و این اثرات قابل اندازه‌گیری در آزمایشگاه هستند. به عنوان مثال، همین پدیده سبب به وجود آمدن مُمان یا گشتاور مغناطیسی غیرعادی الکترون و نیز جابه‌جایی لمب^۱ در ترازهای انرژی اتم هیدروژن می‌شود. دو موضوع ذکر شده در تناقض مستقیم با مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی هستند. در مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی، دینامیک یک سیستم با معادله شرودینگر توصیف می‌شود که برای یک ذره متحرک در یک بُعد با پتانسیل V عبارت از
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V \psi(x) = i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$
 است و چنانچه می‌دانیم، می‌توانیم این فرمالیسم را برای حالتی که تعداد ذرات موجود زیاد هستند، نیز به کار ببریم. اما با وجود این، تعداد و نوع ذرات مطلقاً ثابت هستند. معادله شرودینگر در هیچ شکل و حالتی تغییر تعداد ذرات و نوع ذرات خلق شونده و نابود شونده را تا جایی که نسبت اجازه می‌دهد، نمی‌تواند در خود داشته باشد و توضیح دهد. در واقع، در مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی ما هیچ معادله موجی را سراغ نداریم که هم با نسبت خاص و هم با مکانیک کوانتومی به طور همزمان سازگاری داشته باشد. کوشش‌های اولیه برای تلفیق مکانیک کوانتومی و نسبت خاص بر ساختن یک نسخه نسبیتی از معادله شرودینگر متمرکز شد و در واقع، خود شرودینگر قبل از یافتن معادله‌ای که به نام خود او معروف است، یک معادله نسبیتی به شکل
$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \phi$$
 به دست آورد که بعداً به طور مستقل توسط

کلاین و گوردن نیز کشف شدند و امروزه به نام معادله کلاین - گوردن^۱ معروف است. در ادامه، به تفصیل به این معادله خواهیم پرداخت. اما شرویدنگر به این دلیل که ساختار ریز نادرستی برای اتم هیدروژن حاصل می‌شد، آن را کنار گذاشت. معادله مذکور یک ویژگی ناخواسته را نیز به همراه داشت و آن هم اینکه منجر به احتمالات منفی می‌شد و احتمال منفی چیزی بود که آشکارا با روح مکانیک کوانتومی ناسازگاری داشت. از طرفی، این معادله ایراد دیگری نیز به همراه داشت که همانا ظاهر شدن حالت‌های انرژی منفی بود. قدم بعدی در راستای بنا کردن مکانیک کوانتوم غیرنسبیتی توسط دیراک برداشته شد. معادله معروف دیراک عبارت است از $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\hbar c \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi + \beta mc^2 \psi$ که در آن، $\vec{\alpha}$ و β در واقع ماتریس هستند. این معادله که در ادامه به تفصیل به آن خواهیم پرداخت، برخی از اشکالات معادله کلاین - گوردن را حل می‌کند ولی باز حالت‌های انرژی منفی در آن ظاهر می‌شوند. چنانچه بعداً خواهیم دید، بخشی از مشکلات مربوط به این معادلات موج نسبیتی در چگونگی تعبیر و تفسیر آن‌ها نهفته است و عملاً با تغییر نحوه نگرش و برخوردمان با مسائل به نظریه میدان‌های کوانتومی خواهیم رسید. به‌ویژه اینکه، به منظور سازگاری صحیح با نظریه نسبیت خاص، لازم است که مفاهیم ϕ و ψ را در معادلات کلاین - گوردن و دیراک که توصیف‌کننده حالت‌های تک‌ذره‌ای هستند، کنار بگذاریم و به جای آن‌ها مفاهیم ایده‌های جدید زیر را جایگزین کنیم:

- معادلات موج ϕ و ψ به هیچ عنوان بیانگر توابع موج نیستند، بلکه معرف میدان هستند.
- میدان‌ها عملگرهایی هستند که می‌توانند ذرات جدیدی را خلق و ذرات دیگری را نابود سازند.

از آنجائی که ما میدان‌ها را جایگزین عملگرها کرده‌ایم و به آن‌ها ویژگی عملگری نسبت داده‌ایم، لذا این موجودات باید در روابط جابه‌جایی صدق کنند و یا به بیان دیگر، میدان‌ها باید از نوعی روابط جابه‌جایی تبعیت کنند. در ادامه، خواهیم دید که باید یک جایگزینی به شکل $[\hat{x}, \hat{p}] \rightarrow [\hat{\phi}(\vec{x}, t), \hat{\pi}(\vec{y}, t)]$ برای به‌دست‌آوردن روابط جابه‌جایی بین عملگرهای میدان انجام دهیم. در اینجا، $\hat{\pi}(\vec{y}, t)$ میدان دیگری است که در نظریه میدان‌های کوانتومی نقش تکانه را بازی می‌کند. همچنین، چون با وارد کردن مفهوم میدان در واقع گذار از حالت گسسته به حالت پیوسته صورت می‌گیرد، لذا رابطه جابه‌جایی به شکل زیر حاصل خواهد شد:

$$[\hat{\phi}(\vec{x}, t), \hat{\pi}(\vec{y}, t)] = i\hbar \delta(\vec{x} - \vec{y})$$

که در آن، x و y دو نقطه از فضا-زمان چهاربعدی می‌باشند. رابطه‌ای به شکل بالا دربرگیرنده مفهوم علیت است که دارای اهمیت عمده‌ای در نظریه نسبیت خاص است، به این معنی که اگر دو میدان به‌طور فضایی جدا از یکدیگر باشند، آنگاه نمی‌توانند برهم اثر کنند. اکنون، با ارتقای جایگاه میدان‌ها به جایگاه عملگری، باید از اتفاقاتی که بر سر عملگرهای معمولی مکانیک کوانتومی می‌آیند، اندکی متعجب شویم. در اینجا، یک تغییر مهم صورت می‌گیرد که باید همواره آن را به‌خاطر بسپاریم. در مکانیک کوانتومی، مکان $\vec{x}$ یک عملگر است، درحالی‌که زمان t تنها یک پارامتر است. در نسبیت، چون زمان و مکان رفتار مشابهی دارند و زمان به‌عنوان بُعد فضایی چهارم در نظر گرفته می‌شود، لذا می‌توانیم این انتظار را داشته باشیم که در مکانیک کوانتومی نسبیتی نیز با زمان و مکان می‌توان به شکل یکسانی رفتار نمود. اما، این گفته به این معنی است که زمان را یک عملگر به شکل $\hat{t}$ در نظر بگیریم. درحالی‌که این چیزی نیست که ما در مکانیک کوانتومی معمولی انجام می‌دهیم، بلکه برعکس عمل کرده و مکان را به جای عملگر، یک پارامتر مانند زمان در نظر می‌گیریم. بنابراین، در نظریه میدان‌های کوانتومی:

- میدان‌های ϕ و ψ عملگر هستند.
- میدان‌های ϕ و ψ بوسیله نقاط $(\vec{x}, t)$ فضا-زمان، پارامتریزه می‌شوند.
- مکان x و زمان t صرفاً اعدادی هستند که یک نقطه ثابت از فضا-زمان را نشان می‌دهند و عملگر نیستند.
- تکانه همچنان نقش عملگری خود را حفظ می‌کند.

در نظریه میدان‌های کوانتومی، ما اغلب مفاهیم و ابزاری را از مکانیک کلاسیک قرض می‌گیریم تا بتوانیم با میدان‌ها دست‌وپنجه نرم کنیم. به‌ویژه اینکه، اغلب از لاگرانژی^۱ استفاده می‌کنیم. لاگرانژی $L = T - V$ از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است، زیرا تحت تقارن‌هایی نظیر دوران و...، شکل لاگرانژی ناوردا باقی می‌ماند. مسیر کلاسیکی پیموده شده توسط یک ذره، مسیری است که کنش را مینیمم یا کمینه می‌کند و کمیت کنش به شکل $S = \int L dt$ تعریف می‌شود. در ادامه، این روش‌ها را در مورد میدان‌ها به‌کار خواهیم بست (مک‌ماهون، ۲۰۰۸: ۶).

تمرین: با استفاده از استدلال پائولی، نشان دهید که چرا نمی‌توان در مکانیک کوانتومی برای زمان عملگر نسبت داد.

حل: برای اثبات، از فرض خُلف استفاده می‌کنیم. فرض کنیم بتوانیم به زمان عملگری مانند T را نسبت دهیم و لذا نظیر رابطه جابه‌جایی $[x, p] = i\hbar$ بین عملگرهای مکان و تکانه، رابطه جابه‌جایی $[T, H] = i\hbar$ بین عملگرهای زمان و هامیلتونی برقرار باشد. در این صورت، مطابق آنچه که از مکانیک کوانتومی می‌دانیم، رابطه جابه‌جایی زیر بین تابع دلخواهی از عملگر زمان و عملگر هامیلتونی برقرار خواهد بود:

$$[\hat{f}(T), \hat{H}] = i\hbar \frac{\partial f}{\partial t}, \quad \hat{H} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

حال، اگر به‌عنوان مثال $\hat{f}(T) = e^{iat}$ را به‌صورت $\hat{f}(T) = e^{iat}$ اختیار کنیم که در آن α یک متغیر پیوسته است، آنگاه خواهیم داشت:

$$[e^{iat}, \hat{H}] = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (e^{iat}) = i\hbar (i\alpha) e^{iat} = -\alpha\hbar e^{iat}$$

$$[e^{iat}, \hat{H}] = -\alpha\hbar e^{iat} \rightarrow e^{iat} \hat{H} - \hat{H} e^{iat} = -\alpha\hbar e^{iat} \rightarrow$$

$$e^{iat} \hat{H} = \hat{H} e^{iat} - \alpha\hbar e^{iat} \quad (I)$$

از طرفی، می‌دانیم که رابطه ویژه‌مقداری برای عملگر هامیلتونی عبارت است از $\hat{H} \Psi_E = E \Psi_E$ ، حال، e^{iat} را بر روی رابطه ویژه‌مقداری انرژی بالا اثر می‌دهیم:

$$e^{iat} \hat{H} \Psi_E = E (e^{iat} \Psi_E) \quad (II)$$

با جاگذاری رابطه (I) در (II)، خواهیم داشت:

$$(\hat{H} e^{iat} - \alpha\hbar e^{iat}) \Psi_E = E e^{iat} \Psi_E \rightarrow (\hat{H} e^{iat}) \Psi_E = E e^{iat} \Psi_E + \alpha\hbar e^{iat} \Psi_E$$

و لذا:

$$(\hat{H} e^{iat}) \Psi_E = (E + \alpha\hbar) (e^{iat} \Psi_E)$$

اکنون، رابطه به‌دست آمده بدین معنی است که اگر Ψ_E حالتی باشد که دارای انرژی E است، آنگاه $e^{iat} \Psi_E$ حالتی است که دارای انرژی $E + \alpha\hbar$ می‌باشد. یعنی، اگر انرژی E وجود داشته باشد، آنگاه انرژی $E + \alpha\hbar$ نیز می‌تواند وجود داشته باشد. اما، چون α را یک متغیر پیوسته فرض کردیم، لذا معنای رابطه بالا این است که هر انرژی پیوسته‌ای می‌تواند وجود داشته باشد و به‌عبارت دیگر، طیف انرژی سیستم باید پیوسته باشد. اما، می‌دانیم که

بسیاری از سیستم‌های فیزیکی دارای طیف انرژی ناپیوسته هستند. لذا، ملاحظه می‌کنیم که با فرض نسبت دادن عملگر به زمان، به تناقض می‌رسیم. بنابراین، مطابق استدلال پائولی اگر روابط جابه‌جایی در مکانیک کوانتومی بخواهند با یکدیگر سازگار باشند، نمی‌توانیم برای زمان عملگر نسبت دهیم و لذا زمان در مکانیک کوانتومی همچنان به شکل پارامتر باقی می‌ماند (گلشنی، ۱۳۸۲). چنانچه قبلاً نیز به‌طور مختصر اشاره کردیم، در نظریه‌های مکانیک کلاسیک، مکانیک کوانتومی، نسبیت و نظریه میدان‌های کوانتومی، زمان و مکان (فضا) به شکل‌های متفاوتی آشکار می‌شوند. در مکانیک کلاسیک، مکان به شکل مختصه و زمان به شکل پارامتر ظاهر می‌شوند. در مکانیک کوانتومی، زمان به‌صورت یک پارامتر که تحول سیستم را بیان می‌کند، ظاهر می‌شود و رفتار آن با مکان متفاوت است زیرا مکان به‌صورت عملگر رفتار می‌کند. اما در نظریه نسبیت، زمان به‌صورت یک بُعد از فضا-زمان یعنی مختصه چهارم فضایی ظاهر می‌شود که رفتار آن مانند فضا است. در نظریه میدان‌های کوانتومی، رفتار فضا و زمان شبیه به رفتار آن در نسبیت است. زیرا، هر دو فضا و زمان به‌صورت مختصه رفتار می‌کنند. اما اختلافات دیگری همچنان موجودند، از جمله اینکه فضا سه بُعد دارد ولی زمان یک بُعد! در فضا می‌توان به عقب رفت ولی در زمان نه!

۱-۲ نسبیت خاص

حوزه‌ای که قلمرو فرمانروایی نظریه میدان‌های کوانتومی است، ناحیه انرژی بالای نسبیت خاص است. بنابراین، با شفاف‌تر کردن برخی از مفاهیم در نسبیت خاص و عادت دادن خود به برخی از نمادگذاری‌ها، می‌توانیم در راستای درک گام‌به‌گام نظریه میدان‌های کوانتومی قدم برداریم. چنانچه می‌دانیم، نظریه نسبیت خاص براساس دو فرضیه ساده ساخته شده است که به‌بیان بسیار ساده عبارت‌اند از:

- قوانین فیزیک از دید تمامی ناظرهای لخت دارای شکل یکسانی هستند.
- سرعت نور از دید تمامی ناظرها مقدار ثابت c است.

یک چارچوب مرجع لخت، چارچوبی است که قانون اول نیوتن در مورد آن صادق است. در نظریه نسبیت خاص، فضا - زمان را با یک رویداد نشان می‌دهیم و یک رویداد چیزی است که در یک زمان ویژه t و موقعیت فضایی ویژه (x, y, z) اتفاق می‌افتد. همچنین، توجه به این نکته ضروری است که سرعت نور c می‌تواند نقش یک عامل یا