



فیزیک محاسباتی ۱

دکتر کریم میلانچیان دکتر حبیب خلیل پور شادباد
دکتر زهرا عینی

«امروزه کتاب‌خوانی و علم‌آموزی، نه تنها یک وظیفه‌ی ملی، که یک واجب دینی است.»^۱

در عصر حاضر یکی از شاخصه‌های ارزیابی رشد، توسعه و پیشرفت فرهنگی هر کشوری میزان تولید کتاب، مطالعه و کتاب‌خوانی مردم آن مرز و بوم است. ایران اسلامی نیز از دیرباز تاکنون با داشتن تمدنی چند هزارساله و مراکز متعدد علمی، فرهنگی، کتابخانه‌های معتبر، علما و دانشمندان بزرگ با آثار ارزشمند تاریخی، سرآمد دولت‌ها و ملت‌های دیگر بوده و در عرصه‌ی فرهنگ و تمدن جهانی به‌سان خورشیدی تابناک همچنان می‌درخشد و با فرزندان نیک‌نهاد خویش هنرنمایی می‌کند. چه کسی است که در دنیا با دانشمندان فرزانه و نام‌آور ایرانی همچون ابوعلی سینا، ابوریحان بیرونی، فارابی، خوارزمی و ... همچنین شاعران برجسته‌ای نظیر فردوسی، سعدی، مولوی، حافظ و ... آشنا نباشد و در مقابل عظمت آنها سر تعظیم فرود نیاورد. تمامی این افتخارات ارزشمند، برگرفته از میزان عشق و علاقه فراوان ملت ما به فراگیری علم و دانش از طریق خواندن و مطالعه منابع و کتاب‌های گوناگون است. به شکرانه‌ی الهی، تاریخ و گذشته ما، همیشه درخشان و پربار است. ولی اکنون در این زمینه در چه جایگاهی قرار داریم؟ آمار و ارقام ارائه‌شده از سوی مجامع و سازمان‌های فرهنگی در مورد سرانه‌ی مطالعه‌ی هر ایرانی، برایمان چندان امیدوارکننده نمی‌باشد.

کتاب، دروازه‌ای به سوی گستره‌ی دانش و معرفت است و کتاب خوب، یکی از بهترین ابزارهای کمال بشری است. همه‌ی دستاوردهای بشر در سراسر عمر جهان، تا آنجا که قابل کتابت بوده است، در میان دست‌نوشته‌هایی است که انسان‌ها پدید آورده و می‌آورند. در این مجموعه‌ی بی‌نظیر، تعالیم الهی، درس‌های پیامبران به بشر، و همچنین علوم مختلفی است که سعادت بشر بدون آگاهی از آنها امکان‌پذیر نیست. کسی که با دنیای زیبا و زندگی‌بخش کتاب ارتباط ندارد بی‌شک از مهم‌ترین دستاورد انسانی و نیز از بیشترین معارف الهی و بشری محروم است. با این دیدگاه، به‌روشنی می‌توان ارزش و مفهوم رمزی عمیق در این حقیقت تاریخی را دریافت که اولین خطاب خداوند متعال به پیامبر گرامی اسلام (ص) این است که «بخوان!» و در اولین

۱. پیام مقام معظم رهبری به مناسبت آغاز هفته کتاب ۷۲/۱۰/۴

سوره‌ای که بر آن فرستاده‌ی عظیم‌الشان خداوند، فرود آمده، نام «قلم» به تجلیل یاد شده‌است: «اقْرَأْ وَ رَبُّكَ الْأَكْرَمُ. الَّذِي عَلَّمَ بِالْقَلَمِ» در اهمیت عنصر کتاب برای تکامل جامعه‌ی انسانی، همین بس که تمامی ادیان آسمانی و رجال بزرگ تاریخ بشری، از طریق کتاب جاودانه مانده‌اند.

دانشگاه پیام‌نور با گستره‌ی جغرافیایی ایران‌شمول خود با هدف آموزش برای همه، همه‌جا و همه‌وقت، به‌عنوان دانشگاهی کتاب‌محور در نظام آموزش عالی کشورمان، افتخار دارد جایگاه اندیشه‌سازی و خردورزی بخش عظیمی از جوانان جویای علم این مرز و بوم باشد. تلاش فراوانی در ایام طولانی فعالیت این دانشگاه انجام پذیرفته تا با بهره‌گیری از تجربه‌های گرانقدر استادان و صاحب‌نظران برجسته کشورمان، کتاب‌ها و منابع آموزشی درسی شاخص و خودآموز تولید شود. در آینده هم، این مهم با هدف ارتقای سطح علمی، روزآمدی و توجه بیشتر به نیازهای مخاطبان دانشگاه پیام‌نور با جدیت ادامه خواهد داشت. به‌طور قطع استفاده از نظرات استادان، صاحب‌نظران و دانشجویان محترم، ما را در انجام این وظیفه‌ی مهم و خطیر یاری‌رسان خواهد بود. پیشاپیش از تمامی عزیزانی که با نقد، تصحیح و پیشنهادهای خود ما را در انجام این وظیفه‌ی خطیر یاری می‌رسانند، سپاسگزاری می‌نماییم. لازم است از تمامی اندیشمندانی که تاکنون دانشگاه پیام‌نور را منزلگاه اندیشه‌سازی خود دانسته و ما را در تولید کتاب و محتوای آموزشی درسی یاری نموده‌اند، صمیمانه قدردانی گردد. موفقیت و بهروزی تمامی دانشجویان و دانش‌پژوهان عزیز آرزوی همیشگی ما است.

دانشگاه پیام‌نور

فهرست مطالب

پیشگفتار.....	یازده
فصل اول. مقدمه‌ای بر محاسبات عددی.....	۱
هدف کلی.....	۱
هدف‌های یادگیری.....	۱
مقدمه.....	۱
۱-۱ الگوریتم‌ها و زبان‌های برنامه‌نویسی رایانه‌ای.....	۲
۱-۱-۱ الگوریتم‌های عددی.....	۲
۱-۱-۲ زبان‌های برنامه‌نویسی و نرم‌افزارهای محاسباتی.....	۴
۲-۱ آشنایی با نرم‌افزار متلب.....	۴
۳-۱ ذخیره اعداد در رایانه و ممیز شناور.....	۱۶
۴-۱ خطا و انتشار آن در محاسبات.....	۱۸
۴-۱-۱ خطای گرد کردن.....	۱۸
۴-۱-۲ خطای نتایج محاسبات عددی.....	۱۹
۴-۱-۳ انتشار خطا در محاسبات.....	۲۰
خلاصه فصل اول.....	۲۳
خودآزمایی تشریحی فصل اول.....	۲۴
فصل دوم. درونیابی و برآزش.....	۲۷
هدف کلی.....	۲۷
هدف‌های یادگیری.....	۲۷
مقدمه.....	۲۷
۱-۲ درونیابی.....	۲۸

۲۹	۱-۱-۲ درونیابی لاگرانژ.....
۲۹	۲-۱-۲ درونیابی دو نقطه‌ای یا خطی لاگرانژ.....
۳۰	۳-۱-۲ درونیابی سه نقطه‌ای لاگرانژ.....
۳۲	۴-۱-۲ تخمین خطای درونیابی لاگرانژ.....
۳۳	۲-۲ برآزش.....
۳۵	۱-۲-۲ برآزش خط راست.....
۳۸	۲-۲-۲ برآزش منحنی چندجمله‌ای از درجه m
۴۱	خلاصه فصل دوم.....
۴۳	خودآزمایی تشریحی فصل دوم.....
۴۵	فصل سوم. مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری عددی.....
۴۵	هدف کلی.....
۴۵	هدف‌های یادگیری.....
۴۵	مقدمه.....
۴۶	۱-۳ مشتق‌گیری عددی.....
۴۹	۱-۱-۳ استفاده از درونیابی برای مشتق‌گیری.....
۵۱	۲-۳ انتگرال‌گیری عددی.....
۵۴	۱-۲-۳ روش سیمپسون.....
۵۸	۲-۲-۳ انتگرال‌گیری به روش گاوس.....
۶۳	خلاصه فصل سوم.....
۶۵	خودآزمایی تشریحی فصل سوم.....
۶۷	فصل چهارم. حل عددی معادلات غیر خطی.....
۶۷	هدف کلی.....
۶۷	هدف‌های یادگیری.....
۶۷	مقدمه.....
۶۸	۱-۴ روش تکرار نقطه ثابت (تکرار ساده).....
۷۳	۲-۴ روش نیوتن-رافسون.....
۷۹	۳-۴ روش وترت.....
۸۲	۴-۴ روش تنصیف (دو بخشی).....
۸۶	۵-۴ روش ناب‌جایی.....
۸۹	خلاصه فصل چهارم.....
۹۰	خودآزمایی تشریحی فصل چهارم.....
۹۳	فصل پنجم. حل دستگاه معادلات خطی.....
۹۳	هدف کلی.....

هدف‌های یادگیری.....	۹۳
مقدمه.....	۹۳
۱-۵ دستگاه معادلات خطی.....	۹۴
۲-۵ روش‌های حذف ضرایب.....	۹۵
۱-۲-۵ روش حذف گاوس.....	۹۵
۲-۲-۵ روش حذف گاوس- جردن.....	۱۰۲
۳-۵ روش تجزیه ماتریس ضرایب.....	۱۰۵
۱-۳-۵ روش دولیتل.....	۱۰۶
۲-۳-۵ روش کروت.....	۱۰۸
۴-۵ روش‌های تکراری.....	۱۱۰
۱-۴-۵ روش تکرار ژاکوبی.....	۱۱۱
۲-۴-۵ روش تکرار گاوس- سایدل.....	۱۱۷
خلاصه فصل پنجم.....	۱۲۲
خودآزمایی تشریحی فصل پنجم.....	۱۲۴
فصل ششم. حل عددی معادلات دیفرانسیل.....	۱۲۷
هدف کلی.....	۱۲۷
هدف‌های یادگیری.....	۱۲۷
مقدمه.....	۱۲۸
۱-۶ معادلات دیفرانسیل معمولی با شرایط اولیه.....	۱۲۸
۱-۱-۶ معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه اول.....	۱۲۹
۲-۱-۶ حل معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه اول.....	۱۲۹
۳-۱-۶ روش اوایلر.....	۱۳۰
۴-۱-۶ روش اوایلر بهبود یافته.....	۱۳۳
۵-۱-۶ روش‌های رانگ-کوتا.....	۱۳۶
۱-۶ حل دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی بروش اوایلر.....	۱۴۱
۷-۱-۶ معادلات دیفرانسیل مرتبه‌های بالا.....	۱۴۶
۲-۶ مسائل مقادیر مرزی.....	۱۵۳
۱-۲-۶ روش پرتابی.....	۱۵۴
۲-۲-۶ حل معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه دوم غیر خطی.....	۱۵۵
۳-۲-۶ ترکیب خطی.....	۱۶۷
۴-۲-۶ معادلات دیفرانسیل مقدار- مرزی مرتبه بالا.....	۱۶۹
۵-۲-۶ روش تفاضل محدود برای حل مسائل مقدار مرزی.....	۱۶۹
۶-۲-۶ معادله دیفرانسیل معمولی مقدار مرزی مرتبه دوم.....	۱۷۰
۷-۲-۶ معادلات دیفرانسیل مقدار مرزی مرتبه بالا.....	۱۷۷
۸-۲-۶ شرایط مرزی نویمان.....	۱۸۱

۹-۲-۶	روش تفاضل محدود برای شرایط مرزی نویمان	۱۸۲
۱۰-۲-۶	روش پرتابی برای شرایط مرزی نویمان	۱۸۴
۱۱-۲-۶	شرط مرزی در بی نهایت	۱۸۵
۳-۶	مسائل ویژه مقداری	۱۸۶
۱-۳-۶	تخمین مقادیر ویژه	۱۸۷
۴-۶	معادلات دیفرانسیل پاره‌ای (شرایط مرزی)	۱۸۹
۱-۴-۶	معادله لاپلاس و پواسون	۱۹۰
۲-۴-۶	مسائل با شرایط مرزی دیریکله	۱۹۳
۳-۴-۶	روش ضمنی جهت متناوب (ADI)	۱۹۸
۴-۴-۶	مسائل مرزی نویمن و مخلوط	۲۰۱
۵-۴-۶	مرزهای نامنظم	۲۰۴
۶-۴-۶	حل معادلات سهموی	۲۰۸
۷-۴-۶	روش کرنک نیکلسون	۲۱۰
۸-۴-۶	روش حل معادلات هذلولی	۲۱۳
	خلاصه فصل ششم	۲۱۵
	خودآزمایی تشریحی فصل ششم	۲۱۹
	فصل هفتم. شبیه‌سازی مونت کارلو	۲۲۷
	هدف کلی	۲۲۷
	هدف‌های یادگیری	۲۲۷
	مقدمه	۲۲۷
۱-۷	روش‌های مونت کارلو	۲۲۸
۲-۷	انتگرال‌گیری به روش مونت کارلو	۲۳۴
۳-۷	توابع توزیع احتمال	۲۴۳
۴-۷	نظریه حد مرکزی	۲۴۶
۵-۷	انتگرال‌گیری مونت کارلو پیشرفته	۲۴۷
۱-۵-۷	تغییر متغیر	۲۴۸
۲-۵-۷	نمونه‌گیری نقاط مهم	۲۵۲
۳-۵-۷	روش قبول-غیر قابل قبول	۲۵۴
۶-۷	روش مونت کارلو برای انتگرال‌های چندبعدی	۲۵۵
۷-۷	قدم‌زن تصادفی	۲۵۶
۸-۷	معادله پخش و قدم‌زن تصادفی	۲۵۹
۱-۸-۷	معادله پخش	۲۵۹
۲-۸-۷	مشتق میکروسکوپ یک معادله پخش	۲۶۳
۳-۸-۷	معادله پخش گسسته و سری‌های مارکوف	۲۶۳
۴-۸-۷	معادلات پیوسته	۲۶۸

۲۷۰	 ۹-۷ الگوریتم متروپلیس و کاربردهای آن
۲۷۱	 ۱-۹-۷ الگوریتم متروپلیس و تعادل جزئی
۲۷۶	 ۲-۹-۷ الگوریتم متروپلیس و مدل آیزینگ
۲۸۳	 ۱۰-۷ روش‌های مونت کارلو کوانتومی
۲۸۷	 خلاصه فصل هفتم
۲۸۹	 خودآزمایی تشریحی فصل هفتم
۲۹۱	 منابع

پیشگفتار

کتابی که با عنوان فیزیک محاسباتی ۱ در اختیار دانشجویان کارشناسی ارشد فیزیک قرار می‌گیرد کتابی است که برای تدریس در دانشگاه پیام نور تألیف شده است. در نوشتن این کتاب سعی شده است که هدف‌های دانشگاه پیام نور مبنی بر آموزش برای همه و در همه جا در آن محقق شود؛ یعنی کتاب تا حد ممکن به صورت خودآموز و برای و آموزش از راه دور نوشته شده است. همچنین ساختار کتاب طوری طراحی گریده است که خواننده محترم و دانشجویان مراجعه‌کننده به این کتاب با مطالب منسجم و پیوسته روبه‌رو خواهند بود به طوری که با حل مثال‌های متنوع در داخل متن کتاب خواننده را از مراجعه به سایر کتاب‌ها بی‌نیاز می‌سازد. همچنین در هر بخش مثال‌هایی ساده و قابل درک در اختیار خواننده قرار می‌گیرد تا خواننده از لحاظ مفهومی درک درستی از مسائل را داشته باشد. علاوه بر این سعی شده از نوشتن مطالب با پیچیدگی زیاد که برای دانشجویان فیزیک کاربرد زیادی ندارد خودداری شود تا از افزایش حجم کتاب جلوگیری شود و به جای آن‌ها مطالب پرکاربرد و به روزتر برای استفاده دانشجویان نوشته شود.

در این کتاب فرض شده است دانشجو با مبانی رایانه و برنامه‌نویسی با آن آشنایی کافی دارد ولی باوجود این، توضیحات کوتاهی از نرم‌افزار متلب (MATLAB) به عنوان یکی از پیشرفته‌ترین نرم‌افزارهای محاسباتی نوشته شده است و در اکثر بخش‌های کتاب در صورت نیاز برنامه مربوط به الگوریتم عددی توضیح داده شده به

زبان متلب آورده شده است تا دانشجو با برنامه‌نویسی با نرم‌افزار متلب نیز آشنا شود. ولی خواننده مختار است با توجه به آنچه که در دوره کارشناسی آموخته است الگوریتم‌های مربوطه هر بخش را با هر زبان برنامه‌نویسی دیگری که یاد گرفته است حل کند. امیدواریم که محتوای این کتاب زمینه مطمئن و کافی در دانشجویان برای درک مسائل فیزیک محاسباتی و حل عددی آن‌ها و همچنین آماده کردن آن‌ها برای موضوعات پیشرفته‌تر و شبیه‌سازی‌های مورد نیاز را فراهم آورد.

اگر چه مؤلفین کتاب تمام سعی و تلاش خویش را به کار برده‌اند تا کتاب دارای کمترین خطا و اشتباه باشد ولی باز امکان وجود خطا یا اشتباه در مطالب کتاب وجود دارد لذا نظرات دانشجویان و مدرسین گرامی می‌تواند در بهبود مطالب کتاب خیلی مفید واقع شود.

در پایان از تمامی عزیزانی که ما را در تدوین و ویراستاری کتاب یاری کرده‌اند کمال تشکر و قدردانی را داریم.

دکتر کریم میلانچیان

دکتر حبیب خلیل‌پور

دکتر زهرا عینی

فصل اول

مقدمه‌ای بر محاسبات عددی

هدف کلی

در این فصل تعاریفی برای الگوریتم و زبان برنامه‌نویسی همچنین توضیحاتی بر مبنای نمایش اعداد در رایانه، ایجاد خطا و انتشار آن در محاسبات عددی ارائه می‌شود. همچنین توضیحات جزئی در مورد نرم‌افزار متلب داده می‌شود.

هدف‌های یادگیری

پس از مطالعه این فصل، انتظار می‌رود دانشجو بتواند:

۱. مفهوم الگوریتم‌های عددی را بیان کند و نحوه ذخیره اعداد در کامپیوتر را توضیح دهد.
۲. خطاها در انجام محاسبات از جمله عمل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را محاسبه کند.
۳. انواع خطاهای محاسباتی از قبیل خطای گرد کردن و قطع کردن را توضیح دهد.
۴. با نرم‌افزار متلب^۱ برنامه‌نویسی انجام دهد.

مقدمه

روش‌های عددی معمولاً برای حل مسائل ریاضی یا فیزیکی با رایانه یا ماشین‌های محاسبه‌گر به‌کار می‌روند. معمولاً نتیجه چنین محاسباتی جدولی از اعداد یا نمایش گرافیکی از نتایج است. برای انجام چنین محاسبات رایانه‌ای معمولاً باید قدم‌های زیر پیموده شود:

الف) مدل‌سازی. در ابتدا برای مسئله خود مجموعه‌ایی از مدل‌های ریاضی از قبیل معادله انتگرالی یا دیفرانسیلی یا دستگاهی از معادلات را بنا می‌کنیم.

ب) انتخاب روش عددی. در قدم بعد، بسته به مدل ریاضی مسئله، روش عددی (الگوریتم عددی) مناسب را انتخاب می‌کنیم. این انتخاب می‌تواند برحسب دقت روش به‌کار رفته و یا زمان انجام محاسبه آن در نظر گرفته شود.

ج) برنامه‌نویسی. گام بعدی استفاده از آن الگوریتم و نوشتن برنامه متناظر آن در نرم‌افزارهای مخصوص محاسبات ریاضی (CAS) از قبیل مپل، متلب و ممتیکا یا زبان‌های برنامه‌نویسی از قبیل C، فرترن و ... است. در این کتاب نرم‌افزار متلب به‌عنوان یکی از پیشرفته‌ترین بسته‌های نرم‌افزاری محاسباتی به‌طور خلاصه شرح داده می‌شود و برای آشنایی با برنامه‌نویسی با آن در هر فصل برنامه برخی از روش‌ها عددی به زبان متلب نوشته شده است.

د) انجام محاسبات

و) توجیه نتایج. پس از اینکه نتایج محاسبات به‌دست آمد باید از لحاظ فیزیکی توجیه شده و در صورت نیاز برای به‌دست آوردن نتایج بیشتر، برنامه دوباره اجرا شود.

۱-۱ الگوریتم‌ها و زبان‌های برنامه‌نویسی رایانه‌ای

قبل از اینکه بتوانیم از یک رایانه برای حل یک مسئله خاص استفاده کنیم، باید بتوانیم آن را مجبور به پیروی از روش‌های خاصی برای انجام فرمان‌های محاسباتی کنیم. این فرایند شامل دو بخش است:

- اول.** باید مسئله را به شکل معادله‌ای با مجموعه‌ای از قدم‌های منطقی درآوریم که رایانه بتواند دنبال کند (نوشتن الگوریتم مسئله).
- دوم.** باید بروشی خاص رایانه را برای کامل کردن این قدم‌های منطقی آگاه کنیم (تبدیل الگوریتم مسئله به زبان رایانه).

۱-۱-۱ الگوریتم‌های عددی

مجموعه کامل از قدم‌های منطقی برای حل یک مسئله محاسباتی الگوریتم رایانه‌ای یا عددی نامیده می‌شود. برای مثال کارل فردریش گاوس^۱ در سال ۱۸۶۶ در مقاله‌ای،

الگوریتم تبدیل فوریه سریع^۱ یا FFT را به جهان معرفی کرد. برای اینکه نشان بدهیم چگونه یک الگوریتم عددی بنا می‌شود از مثال آشنا و ساده فیزیکی زیر استفاده می‌کنیم.

فرض کنید ذره‌ای به جرم m در راستای محور x و تحت اثر نیروی $f(x)$ حرکت می‌کند. اگر حرکت آن را با قوانین نیوتن توصیف کنیم خواهیم داشت:

$$f = ma = m \frac{dv}{dt} \quad (1-1)$$

که a ، v و t به ترتیب بیانگر شتاب، سرعت ذره و زمان است. اگر زمان را به بازه‌های کوچک و مساوی $\tau = t_{i+1} - t_i$ تقسیم کنیم، سرعت در زمان t_i را می‌توان به صورت تقریبی با سرعت میانگین در بازه زمانی $[t_i, t_{i+1}]$ بنویسیم:

$$v_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{t_{i+1} - t_i} = \frac{x_{i+1} - x_i}{\tau} \quad (2-1)$$

شتاب متناظر آن در همان بازه زمانی تقریباً با شتاب متوسط زیر داده می‌شود:

$$a_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{t_{i+1} - t_i} = \frac{v_{i+1} - v_i}{\tau} \quad (3-1)$$

اگر τ به حد کافی کوچک باشد ساده‌ترین الگوریتم برای یافتن موقعیت و سرعت ذره در زمان t_{i+1} از کمیات متناظر در t_i ، به کمک ترکیب روابط (۱-۱) و (۲-۱) و (۳-۱) به دست می‌آید:

$$x_{i+1} = x_i + \tau v_i \quad (4-1)$$

$$v_{i+1} = v_i + \frac{\tau}{m} f_i \quad (5-1)$$

که در آن $f_i = f(x_i)$ است.

اگر موقعیت و سرعت اولیه ذره مشخص باشد، موقعیت و سرعت ذره را به کمک الگوریتم فوق در زمان‌های دیگر می‌توانیم به دست بیاوریم. این الگوریتم به روش اوایلر برای مسئله با مقدار اولیه مشهور است. این مثال ساده نشان می‌دهد که الگوریتم‌ها چگونه ساخته می‌شوند. در این روش ابتدا، معادلات فیزیکی به صورت جداگانه به

معادلات تفاضلی تبدیل می‌شوند. سپس با استفاده از روش عددی، مقادیر بعدی آن کمیات در نقاط بعدی برحسب کمیات در نقاط قبلی محاسبه می‌شوند. در مثال بالا مکان و سرعت ذره در زمان t_{i+1} توسط مکان و سرعت در زمان t_i ، محاسبه می‌شوند. مراحل یا گام‌های منطقی در یک الگوریتم می‌تواند ترتیبی، موازی یا تکراری باشد. چگونگی استفاده از خواص مسئله داده شده در ساختن یک الگوریتم سریع و دقیق، نکته خیلی مهمی در فیزیک محاسباتی است. قدم بعدی نوشتن برنامه رایانه‌ای مناسب برای اجرای الگوریتمی است که برای حل مسئله فیزیکی خود طراحی کرده‌ایم.

۱-۲ زبان‌های برنامه‌نویسی و نرم‌افزارهای محاسباتی

همان‌طور که قبلاً اشاره شد نرم افزاره و زبان‌های برنامه‌نویسی متعددی برای انجام محاسبات رایانه‌ای وجود دارند. زبان‌های برنامه‌نویسی ابزاری هستند که به کمک آن‌ها ما با کامپیوترها ارتباط برقرار می‌کنیم. زبان‌های برنامه‌نویسی به دو نوع دسته اساسی قابل تقسیم هستند: زبان‌های سطح پایین برای کار با سخت‌افزار خاص و زبان‌های سطح بالا که مخصوص سخت‌افزار خاصی نیستند و در روی همه سخت‌افزارها قابل اجرا می‌باشند.

امروزه زبان‌های برنامه‌نویسی زیادی در دسترس است که بیشتر آن‌ها به هم شبیه هستند ولی زبان‌های برنامه‌نویسی که بین برنامه‌نویس‌ها محبوبیت یافته‌اند دارای قابلیت‌های خاصی هستند که برنامه‌نویس‌های حوزه‌های خاصی را به خود جلب کرده‌اند برای مثال زبان فترن بیشتر مورد توجه برنامه‌نویسی علمی و محاسباتی قرار گرفته است برای یک محقق که روی محاسبات علمی کار می‌کند سرعت و ظرفیت‌های محاسباتی زبان خیلی مهم است.

علاوه بر زبان‌های برنامه‌نویسی، امروزه نرم‌افزارهای پیشرفته زیادی مخصوص محاسبات ریاضی تولید شده‌اند که دستورهای آماده فراوانی برای انجام الگوریتم‌های عددی و محاسبات ریاضی و فنی خاص را ارائه می‌دهند. در این بخش نرم‌افزار متلب به‌عنوان یکی از نرم‌افزارهای محاسباتی ریاضی و فنی با قابلیت‌های محاسباتی زیاد به‌صورت خلاصه توضیح داده می‌شود.

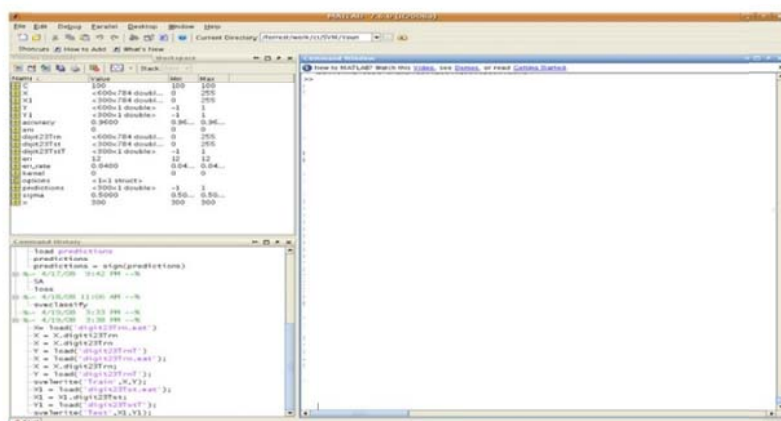
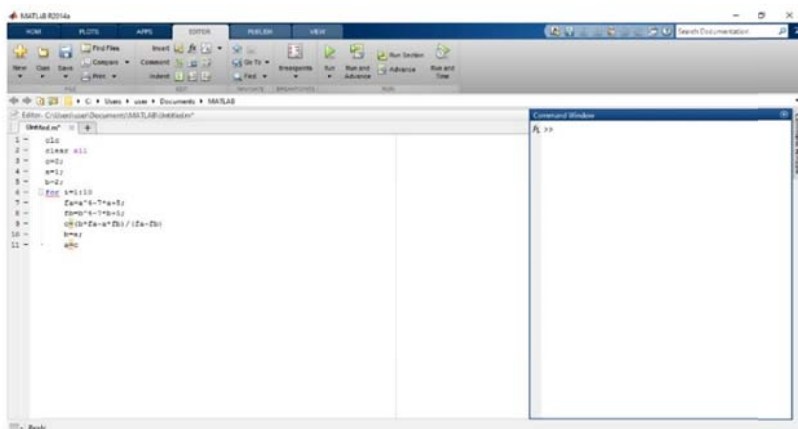
۱-۲ آشنایی با نرم‌افزار متلب

نرم‌افزار متلب زبان سطح بالایی برای محاسبات فنی است که امکان محاسبات پیشرفته

۵ مقدمه‌ای بر محاسبات عددی

و برنامه‌نویسی را در محیط گرافیکی به صورت ساده در کنار هم فراهم آورده است. متلب برای موارد زیر می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد:

- محاسبات ریاضی
- توسعه الگوریتم
- داده‌گیری
- مدل‌سازی، شبیه‌سازی و نمونه‌سازی
- تحلیل داده‌ها، استخراج و نمایش گرافیکی
- تولید گرافیک‌های علمی و مهندسی
- توسعه نرم‌افزاری، شامل رابطه‌ای گرافیکی کاربر GUI.



شکل ۱-۱. محیط گرافیکی نسخه ۲۰۱۴ و ۲۰۰۸ متلب.

نام متلب (MATLAB) از واژگان MATrix LABoratory گرفته شده است و اساساً این نرم‌افزار برای محاسبات بر مبنای ماتریسی توسعه یافته است. از لحاظ شکل و امکانات محیط گرافیکی نرم‌افزار، از زمان ارائه نسخه ۱ در سال ۱۹۸۴ تا نسخه ۹ در سال ۲۰۱۷ تغییرات مداومی داشته است. در شکل زیر می‌توانید تفاوت محیط گرافیکی نرم‌افزار متلب ۲۰۱۴ و ۲۰۰۸ را مشاهده کنید. تغییراتی که کاربران نسخه‌های ۲۰۱۲ به بعد با نسخه ما قبل آن مواجه می‌شوند استفاده از نوار ابزار در نسخه‌های جدیدتر است. نسخه‌های جدید امکان محاسبه موازی و استفاده از پردازشگرهای چند هسته‌ای را نیز دارا هستند. در اینجا ما بدون در نظر گرفتن تفاوت‌های نسخه‌های مختلف متلب پنجره‌های اصلی متلب را به‌صورت خلاصه توضیح می‌دهیم.

پنجره فرمان^۱. در پنجره فرمان می‌توانیم همه دستورات متلب را به‌صورت سطری (فقط یک دستور) اجرا کنیم و نتیجه را بلافاصله در آن پنجره مشاهده کنیم برای مثال:

```
>> 4+5
ans =
    9
```

مسیر جاری^۲. برنامه‌ای را که می‌نویسیم و می‌خواهیم ذخیره کنیم، در این آدرس مسیر ذخیره می‌شود. این مسیر را می‌توانیم به‌دلخواه تغییر دهیم. در پنجره فرمان با دستور cd می‌توان مسیر ذخیره را مشاهده کنیم.

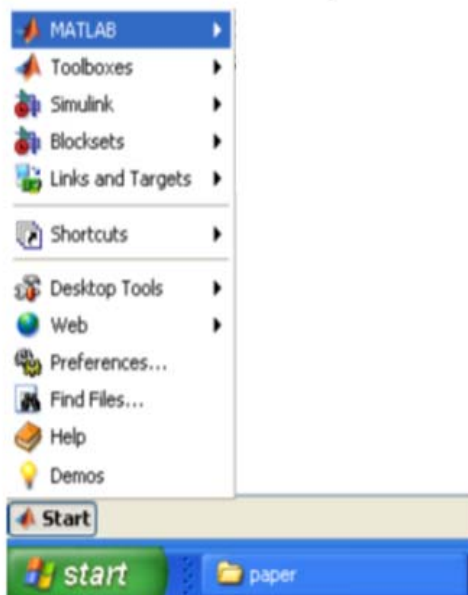
فضای کار^۳. تمام متغیرها، پارامترها و ماتریس‌هایی که در برنامه استفاده کرده‌ایم را در اینجا نشان می‌دهد. اگر در آن بر روی هر کدام از متغیرها کلیک کنیم، مشخصات آن را نشان می‌دهد.

تاریخچه دستورات^۴. تمام دستورات قبلی که اجرا کرده‌ایم در اینجا ذخیره می‌شود. همچنین می‌توانیم با استفاده از کلیدهای جهت نمای بالا و پایین به دستورات قبلی یا بعدی برویم.

منوی شروع^۵. در نسخه‌های ۷ تا ۸ (۲۰۰۴-۲۰۱۲) متلب برای دسترسی آسان به جعبه ابزارها و پنجره‌ها در گوشه چپ پایین محیط متلب از منوی شروع استفاده شده

1. Command Window
2. Current Directory
3. Work Space
4. Command History
5. Start

است؛ که علاوه بر آن آماده به‌کار بودن و یا مشغول محاسبه بودن نرم‌افزار را نیز نشان می‌دهد.



شکل ۱-۲. منوی شروع در متلب نسخه‌های ۷.

دستورات متلب و متغیرها: در این قسمت برخی دستورات ساده و مقدماتی متلب گفته می‌شود:

`clc`

این دستور کل پنجره فرمان را پاک می‌کند.

`clear` یا `clear all`

برای پاک کردن کلیه متغیرها از فضای کار استفاده می‌شود برای پاک کردن متغیر `a` یا `b` و می‌نویسیم:

`clear a b`

در متلب لازم نیست نوع متغیر و ابعاد آن را تعیین کنیم. هر متغیری که به آن عددی اختصاص یابد به‌عنوان یک متغیر حساب می‌شود و به‌صورت پیش فرض در متلب اعداد تا ۴ رقم اعشار نمایش داده می‌شوند.

برای مثال:

`>>Pi`

```
ans =
3.1416
```

اگر بخواهیم متغیرها به شکل طولانی‌تری نمایش داده شوند، از دستور زیر استفاده می‌کنیم:

```
>> Format long
>> pi
ans =
3.141592653589793
```

برای به دست آوردن اطلاعات کمکی از یک دستور در متلب می‌توانیم از راهنمای آن استفاده کنیم ساده‌ترین روش برای استفاده از راهنمای نرم‌افزار در مورد دستور خاصی استفاده از دستور `help` است برای مثال اگر در خط فرمان دستور زیر را تایپ کرده و اجرا کنیم:

```
>> help format
```

انواع فرمت متغیرها و نحوه تبدیل آن‌ها به هم همراه با یک مثال توضیح داده می‌شود. برای تعیین دقت دلخواه برای محاسبات می‌توان به شکل زیر عمل کرد:

```
>> vpa(pi,6)
ans =
3.14159
```

ماتریس‌ها. برای وارد کردن ماتریس‌ها یا بردارهای ستونی و سطری در برنامه، باید از کروش استفاده کنیم:

```
>> a=[1 2 3]
a =
1      2      3
```

```
>> a=[1
2
3]
```

```
a =
1
2
3
```

همچنین برای جدا کردن سطرها باید از (؛) استفاده کنیم:

```
>> a=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
a =
```

1	2	3
4	5	6
7	8	9

نماد (;) در متلب انتها را نشان می‌دهد و دارای دو کاربرد اساسی است. اول: انتهای هر سطر ماتریس را نشان داده و سطرها را از هم جدا می‌کند دوم: در متن برنامه‌ها انتهای یک سطر فرمان را نشان می‌دهد و اگر در آخر هر دستور از ; استفاده کنیم، نتیجه آن خط دستور در پنجره فرمان نمایش داده نمی‌شود.

نماد (:): در متلب به معنی تا است برای مثال برای ایجاد آرایه‌ای از ۱ تا ۳ می‌توان از دستور زیر استفاده کرد:

```
>> a=1:3
```

```
a =
```

```
1      2      3
```

برای اینکه یک قسمت از یک ماتریس را برداریم برای مثال سطر اول تا دوم و ستون دوم تا سوم ماتریس a:

از نماد: به شکل زیر استفاده می‌کنیم:

```
>> a=[1 2 3;4 5 6;7 8 9];
```

```
>> a(1:2,2:3)
```

```
ans =
```

```
2      3
5      6
```

دستور (:): همه عناصر ماتریس a را ستونی نشان می‌دهد.

```
>> a=[1 2 3;4 5 6;7 8 9];
```

```
>> a(:)
```

```
ans =
```

```
1
4
7
2
5
8
3
6
9
```

برای یافتن تعداد سطر و ستون ماتریس از تابع size(a) استفاده می‌شود. نتیجه این دستور یک آرایه دوبعدی هست که تعداد سطر و ستون ماتریس a را نمایش می‌دهد.

```
>> size(a)
ans =
     3     3
```

عملگرهای محاسباتی اصلی

- $A=B+C$ جمع ماتریسی.
 - $A=B-C$ تفریق ماتریسی.
 - $A=B*C$ ضرب ماتریسی.
 - $A=B.*C$ ضرب عناصر متناظر دو ماتریس در یکدیگر.
 - $A=B./C$ تقسیم عناصر متناظر بر یکدیگر.
 - $A=B.^C$ به توان رساندن هر عنصر به عنصر متناظرش.
- برای مثال برای ضرب عناصر ماتریس سطری a به صورت ماتریسی و به صورت ضرب عناصر متناظر در خودش از دستورات زیر استفاده می کنیم:

```
>> a=[1 2 3]
>> a.* a
ans =
     1     4     9
```

برای ضرب ماتریسی باید تعداد سطر ماتریس اول با تعداد ستون ماتریس دوم برابر باشد؛ بنابراین باید ماتریس دوم را ترانواده ماتریس اول قرار دادیم:

```
>> a*a'
ans =
    14
```

نکته ۱. با اجرای دستور `help elfun` لیست توابع ریاضی ابتدائی متلب را می توان مشاهده کرد و با انتخاب هر مورد راهنمایی مناسبی از آن ها به دست آورد.

```
>> help elfun
Elementary math functions.
Trigonometric.
sin          - Sine.
sind         - Sine of argument in degrees.
sinh        - Hyperbolic sine.
...
```